

Politechnika Poznańska  
Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania  
Instytut Mechaniki Stosowanej

Praca dyplomowa magisterska

**Analiza numeryczna i eksperymentalna właściwości mechanicznych  
obręczy do opon**



Promotor:  
**dr hab. Tomasz STREK, prof. nadzw.**

**Poznań 2016**

# Spis treści

Wstęp.....	3
1. Właściwości mechaniczne.....	6
2. Wytrzymałość zmęczeniowa.....	10
2.1 Istota zmęczenia materiału.....	11
2.2 Badania zmęczeniowe.....	11
2.3 Przyspieszone metody badań.....	12
3. Pomiary tensometryczne.....	13
4. Wykonanie modelu obręczy.....	18
5. Metoda elementów skończonych.....	21
5.1 Modelowanie w wytrzymałości materiałów.....	23
5.2 COMSOL Multiphysics.....	23
6. Badania eksperymentalne.....	24
7. Analiza numeryczna.....	30
8. Podsumowanie i wnioski.....	39
Streszczenie.....	40
Abstract.....	40
Bibliografia.....	41

## Wstęp

Niniejsza praca porusza temat analizy numerycznej i eksperymentalnej właściwości mechanicznych obręczy do opon. Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone w centrum badawczo – rozwojowym. Próba została wykonana na normowanym urządzeniu służącym do badań wytrzymałości zmęczeniowej kół na zginanie. Ręczona obręcz została przygotowana do badań dzięki naklejeniu tensometrów. W skład układu pomiarowego weszły również tensometry kompensacyjne oraz wzmacniacz i oprogramowanie CATMAN. Symulacja numeryczna została przeprowadzona przy wykorzystaniu Metody Elementów Skończonych. MES to metoda dzięki której możliwe rozwiązanie jest złożonych problemów matematycznych. W celu uzyskania wyników symulacji dzielimy ośrodek ciągły na skończenie małe elementy w procesie dyskretyzacji. Rezultatem analizy jest rozwiązanie konkretnego problemu dotyczącego modelu matematycznego dla osobliwych punktów każdego z elementów podziału, zwanych węzłami. Od ich ilości zależy dokładność rozwiązania. Jednak w przypadku bardzo skomplikowanych kształtu modelu obliczenia stają się czasochłonne, a także gwałtownie rośnie zapotrzebowanie na pamięć operacyjną komputera.

Koło znajduje szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu. Jest kołem jezdnym w pojazdach mechanicznych. Kluczowe znaczenie w budowie maszyn mają koła zębate, koła łańcuchowe czy koła pasowe. Koło zostało po raz pierwszy użyte jako elementy wozów ciągniętych przez zwierzęta zaprzęgowe w Starożytnej Mezopotamii. Również w starożytności używano belek o przekroju okrągłym do transportu bloków skalnych. Kolejnym elementem rozwoju koła było zmniejszenie jego wagi przy zachowaniu odpowiedniej wytrzymałości. W tym celu zastosowano szprychy. Już w II wieku przed naszą erą stosowano koła zębate. Koła tarczowe wykorzystywane są bardzo powszechnie we wszystkich dziedzinach techniki. Bez stosowania tarczy w kołach utrudnione byłoby wykonanie obręczy o dużych rozmiarach.

Zgodnie z normą Europejskiego Stowarzyszenia Producentów Kół ( EUWA ) *E S 3.12 Test requirements for agricultural wheel* koła muszą spełnić dwa podstawowe wymagania wytrzymałościowe. Z kolei wytyczne odnośnie kształtu oraz profilu i wymiarów obręczy zawarte są w normie opracowanej przez Europejską Organizację Techniczną do spraw Opon i Obręczy. Treści tam zawarte są podstawą w zakresie projektowania obręczy. Zgodnie z normą PN-S-91240/03:1993 koła pojazdów muszą zostać poddane odpowiednim badaniom przed udzieleniem im homologacji. Tymi badaniami są: wytrzymałość zmęczeniowa na obciążenie promieniowe oraz

wytrzymałość zmęczeniowa na zginanie. Trwała wytrzymałość zmęczeniowa to największa wartość cyklicznego obciążenia, które nie doprowadzi do zniszczenia materiału. Badanie wytrzymałości zmęczeniowej na obciążenie promieniowe polega na sprawdzeniu trwałości koła z zamontowaną oponą. Koło toczy się po specjalnej bieżni. W tym samym czasie jest ono dociskane z określoną siłą. Norma przewiduje dystans, który koło powinno pokonać bez pęknięcia. Sprawdzenie wytrzymałości zmęczeniowej na zginanie nie wymaga montażu opony na obręczy. Felga zostaje zamocowana do obrotowej osi, do której podczas badania przykładane jest obciążenie. Standardowa oś ma długość jednego metra. Koło jest wówczas obciążane momentem.

Koła w pojazdach montowane są za pomocą piast do osi oraz wałów. Pełnią one ważne funkcje. Przede wszystkim przenoszą reakcje podłoża na podwozie pojazdów. Koła tarczowe są powszechnie wykorzystywane w maszynach i pojazdach rolniczych, przede wszystkim ze względu na ich prostą budowę. Tarcze kół połączone są nierozłącznie z profilem obręczy za pomocą spoin spawalniczych. Kształt felgi jest bezpośrednio związany z przekrojem poprzecznym opony. Każda nieścisłość może prowadzić do katastrofalnych skutków. Można wyróżnić kilka podstawowych typów felg [8]:

- jednolite – stosowane w samochodach osobowych,
- dzielone – znajdujące zastosowanie w samochodach ciężarowych,
- rozbieralne – stosowane w dużych samochodach ciężarowych.

Ze względu na pożądaną wytrzymałość kół, do ich wykonania wykorzystuje się różne materiały. Dużą rolę odgrywa tu również stosowany proces technologiczny. W zastosowaniach agrokulturowych najczęściej stosowanym materiałem jest stal. Jest ona tania i zapewnia odpowiednią wytrzymałość. Ze względu na budowę kół tarczowych proces technologiczny jest prosty w automatyzacji. Profil obręczy jest tłoczony na zimno. Następnie wywijane są krawędzie obręczy. Dla uzyskania niższej masy obręczy oraz lepszych parametrów wytrzymałości właściwej stosuje się felgi ze stopów lekkich. Są one szczególnie wykorzystywane w samochodach osobowych, ze względu na walory estetyczne oraz sportowych, gdzie dąży się do maksymalnej redukcji masy i niskich współczynników bezpieczeństwa.

Celem pracy jest porównanie badań eksperymentalnych wykorzystujących tensometrię. Dalej wykonany zostanie model badanej obręczy. Stworzony model zostanie poddany symulacji wykorzystującej Metodę Elementów Skończonych.

Praca składa się z 8 rozdziałów. Pierwszy rozdział zawiera podstawowe zagadnienia z mechaniki ciała stałego. W kolejnym rozdziale opisane są zagadnienia związane z wytrzymałością zmęczeniową. Dalej przedstawiono tensometrię. W 4 rozdziale zaprezentowano sposób postępowania podczas modelowania obręczy przeznaczonej do analizy numerycznej. W następnym opisano metodę elementów skończonych oraz program Comsol Multiphysics. W 6 rozdziale przedstawiono wyniki uzyskane z badań eksperymentalnych. W kolejnym pokazano rezultaty analizy numerycznej z wykorzystaniem MES. Ósmy rozdział zawiera podsumowanie.

## 1. Właściwości mechaniczne

Dla potrzeb analizy numerycznej i eksperymentalnej wykorzystany został model obręczy wykonany uprzednio w oprogramowaniu wspomagającym modelowanie. W związku z badaniami wytrzymałościowymi należy zaprezentować podstawowe pojęcia z zakresu wytrzymałości materiałów [10,14]:

Sprężystość – jest to zdolność ciała polegająca na powrocie do pierwotnego kształtu po ustąpieniu obciążenia.

Plastyczność – jest zdolność ciała do ulegania nieodwracalnym odkształceniom.

Odkształcenie – jest to zmiana wzajemnego położenia punktów ciała w wyniku działania obciążenia, zmiany temperatury lub zmiany struktury związanej ze zmianą objętości ciała.

Naprężenie – jest to miara siły wewnętrznej odniesionej do pola przekroju poprzecznego, w ciele odkształconym pod wpływem obciążenia zewnętrznego, oddziaływania temperatury, obróbki cieplnej, procesu krzepnięcia i innych oddziaływań zewnętrznych.

Statyka – jest to dział mechaniki zajmujący się badaniem równowagi ciał materialnych, na które działają stałe obciążenia.

Kinematyka – jest to dział mechaniki zajmujący się badaniem właściwości ruchu ciał bez uwzględniania ich cech fizycznych i działających na nie sił.

Dynamika – jest to dział mechaniki badający ruch i równowagę ciał materialnych pod wpływem działających na nie sił.

Trwała wytrzymałość zmęczeniowa – jest to najwyższa wartość cyklicznego naprężenia, które nie powoduje zniszczenia.

Ciało poddane obciążeniu możemy podzielić na nieskończenie wiele małych elementów, przemieszczających się względem dowolnie przyjętego układu odniesienia. Zakładając, że każdy element ma kształt prostopadłościanu oraz krawędzi bryły oznaczmy jako  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , po odkształceniu ciała materialnego długości boków wyniosą odpowiednio:  $(1 + \varepsilon_x) dx$ ,  $(1 + \varepsilon_y)$

$dy, (1 + \varepsilon_z) dz$ . Dzięki opisaniu składowych stanu odkształcenia możemy zapisać tensor odkształcenia  $\varepsilon$  jako:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  – odkształcenia główne,

$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{zy}$  – odkształcenia postaciowe.

Naprężenie definiowane jest jako:

$$\sigma = \lim_{\Delta a \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{\Delta a} = \frac{dN}{dA}$$

gdzie:

$\Delta N$  – elementarna siła wewnętrzna wywołana obciążeniem zewnętrznym,

$\Delta A$  – powierzchnia elementarna.

Tensor naprężenia:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \frac{\tau_{xy}}{2} & \frac{\tau_{xz}}{2} \\ \frac{\tau_{yx}}{2} & \sigma_y & \frac{\tau_{yz}}{2} \\ \frac{\tau_{zx}}{2} & \frac{\tau_{zy}}{2} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

gdzie:

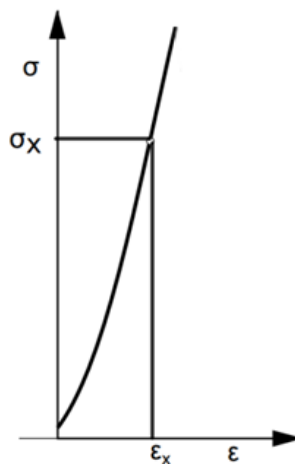
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – naprężenia główne,

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  – naprężenia styczne.

Zgodnie z wytrzymałościową hipotezą Hubera – Misesa, w której porównuje się energię odkształcenia postaciowego, można sprowadzić trójosiowy stan naprężenia do postaci zredukowanej, pozwalającej na porównanie uzyskanej wartości z wytrzymałością materiału.

$$\sigma_{red}^{(Huber)} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_x + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Prawo Hooke’a – jedno z podstawowych mechaniki zakładające liniową zależność pomiędzy naprężeniem i odkształceniem w pewnym przedziale. Odkształcenie ciała pod wpływem działania obciążenia jest proporcjonalne do tej siły. Często stosowanym pojęciem jest uogólnione prawo Hooke’a dla osiowego i trójwymiarowego stanu naprężenia. Zależność odkształcenia od naprężenia przedstawia rysunek 1.1.



Rysunek 1.1. Zależność naprężenia od odkształcenia.



Pomiędzy osią odciętych a wykresem przyjmujemy kąt  $\alpha$ . Zakładając że  $\operatorname{tg}\alpha = \sigma/\varepsilon$  oraz  $\operatorname{tg}\alpha = E$  otrzymujemy zależność:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

gdzie:

$\sigma$  – naprężenie,

$E$  - moduł Younga,

$\varepsilon$  – odkształcenie.

Moduł Younga – współczynnik sprężystości wzdłużnej, wielkość określająca właściwości sprężyste danego ciała stałego, charakteryzująca skłonność materiału na odkształcenia wzdłużne przy rozciąganiu, ścisaniu czy zginaniu. Jest to współczynnik proporcjonalności wyrażający stosunek odkształcenia  $\varepsilon$  do naprężenia  $\sigma$  w zakresie obowiązywania prawa Hooke'a.

## 2. Wytrzymałość zmęczeniowa

Zmęczenie materiału nie jest zagadnieniem nowym. Konstruktorzy zajmują się tą tematyką od ponad 160 lat. Zasadniczą kwestią jest występowanie obciążeń zmiennych mniejszych od wytrzymałości doraźnej. Zmiana obciążeń może dotyczyć nie tylko jej wielkości lecz również kierunku działania. Wpływ wytrzymałości zmęczeniowej na elementy maszyn został zaobserwowany szczególnie w początkach kolejnictwa. Osie taboru kolejowego nagminnie pękały w skutek zmiennych, ale cyklicznych obciążeń.

Pierwsze zarejestrowane badania zmęczeniowe odbyły się w Niemczech pod koniec lat dwudziestych dziewiętnastego wieku. Próba dotyczyła wytrzymałości łańcuchów wyciągowych używanych w kopalniach. Wykazano negatywny wpływ obróbki plastycznej na zimno na wytrzymałość zmęczeniową oraz na udarność. W kolejnej dekadzie w Wielkiej Brytanii powołano komisję, której zadaniem było wyjaśnienie zjawiska zmęczenia. Kolejne badania dotyczyły taboru kolejowego, których wytrzymałość była ówczasie obliczana tylko ze względu na obciążenie doraźne. Już wtedy ustalono, że powtarzające się obciążenia o zmiennym charakterze obniżają wytrzymałość materiału. W 1837 roku, brytyjski konstruktor, William Fairbairn rozpoczyna badania nad wytrzymałością zmęczeniową stali i żeliwa. Ustalił on, że trwałą wytrzymałość zmęczeniową żeliwa można uzyskać, jeżeli cykliczne obciążenie nie przekracza  $\frac{1}{3}$  wartości obciążenia doraźnego przy próbie zginanej. Brytyjczyk ogłosił wyniki badań dopiero w 1864 roku. Szczegółowe badania nad zmęczeniem materiału przeprowadził niemiecki inżynier kolejnictwa August Wöhler. Dla potrzeb badań zbudował on różne typy maszyn zmęczeniowych przeznaczonych do prób rozciągania, zginania oraz skręcania. Próbkę były poddawane malejącemu obciążeniu. Najpierw próbki obciążane były dużą siłą, która później była zmniejszana. Dla każdego przypadku zliczana było liczba cykli obciążenia do czasu zniszczenia elementu. Ostatecznie ustalono wartość obciążenia przy której występuje praktycznie trwała wytrzymałość zmęczeniowa. Wöhler publikował wyniki swoich badań stopniowo przez 12 lat. Później wyniki zostały spopularyzowane dzięki wydaniu podręcznika elementów maszyn autorstwa Bacha. Wykonano tablicę naprężeń dopuszczalnych w celu wygodnego obliczania wytrzymałości. Po zakończeniu I wojny światowej badania zmęczeniowe zaczęto przeprowadzać dla nowych gatunków stali oraz stopów lekkich. Sprawdzano wpływ karbu na elementy maszyn. Przedmiotem publikacji było również badanie wpływu kształtu oraz gładkość powierzchni. W 1933/1934 Niemieckie Stowarzyszenie Inżynierów ( Verein Deutscher Ingenieure ) opublikowało pierwsze zbiorcze opracowanie zagadnienia wytrzymałości zmęczeniowej. W publikacji zawarto

kilkanaście wykresów zmęczeniowych różnych stali konstrukcyjnych oraz wskazówki dotyczące obliczania wytrzymałości dla typowych niezłożonych przypadków obciążenia [7].

## 2.1 Istota zmęczenia materiału

Uwzględniając nazwę procesu - wytrzymałość zmęczeniowa - możemy stwierdzić, że jest to proces długotrwały, zachodzący powoli podczas działania obciążenia. Należy powiedzieć, że w określonych warunkach ( tj. obciążenie poniżej granicy wytrzymałości doraźnej oraz cykliczny charakter obciążenia ), elementy maszyn posiadają pewną długość życia. Parametr ten jest mierzony liczbą okresów zmian obciążenia. Można rozróżnić kilka rodzajów rzeczywistych o różnym widmie obciążenia. Są to między innymi:

- sinusoidalny przebieg obciążenia o stałej amplitudzie i częstotliwości,
- przebieg zbliżony do sinusoidalnego jednak o niestąlej częstotliwości i kształcie,
- przebieg o stałym średnim naprężeniu w cyklu i stałą częstotliwością, amplituda jest jednak zmienna w czasie, jest to przypadek najpowszechniejszy w budowie maszyn.

Największe problemy w analizie wytrzymałości zmęczeniowej powodują przypadki gdy charakterystyka obciążenia nie jest regularna [3, 7].

## 2.2 Badania zmęczeniowe

Najprostszą metodą badania wytrzymałości zmęczeniowej jest wyznaczenie wykresu Wöhlera dla obciążenia o sinusoidalnym charakterze. Sprawdza się wiele próbek, dla których stopniowo zmniejsza się obciążenie. Wzrasta zatem liczba cykli zmian naprężenia powodujących zniszczenie próbki. Po przeprowadzeniu badań wyznacza się krzywą Wöhlera. Dla stali pracującej w niepodwyższonej temperaturze oraz w nieagresywnym środowisku możliwym jest ustalenie poziomej asymptoty. Wartość, którą przyjmuje ta asymptota jest granicą naprężenia, poniżej której występuje praktycznie nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa. Granica ta jest również nazywana trwałą wytrzymałością zmęczeniową [3]. Dla małej liczby cykli graniczna wartość naprężenia jest duża. Dla większej liczby wartość naprężenia maleje, aż do osiągnięcia trwałej wytrzymałości zmęczeniowej. Zjawisko to jest powodowane związane z cyklicznością obciążenia. Wraz ze zmęczeniem materiału następuje jego powolne wzmocnienie. Wartość umocnienia jest niewielka jednak pozwala zneutralizować wpływ procesów niszczących. Wartość asymptoty trwałej wytrzymałości zmęczeniowej można szczególnie dobrze zaobserwować gdy wykres Wöhlera wykona się w układzie półlogarytmicznej lub całkowicie logarytmicznej [7]. Badania w celu wykonania wykresu przeprowadzane są przy stałym jednym z parametrów:  $\sigma_m$  bądź  $R$ .

### 2.3 Przyspieszone metody badań

W celu wyznaczenia krzywej Wöhlera należy użyć minimum 8 próbek. Jednak by wyniki były satysfakcjonujące wymagana minimalna liczba próbek wynosi 30. Czas potrzebny na zbadanie takiej ilości próbek, wykorzystując jedną maszynę zmęczeniową, wynosi ponad miesiąc. Dla większej wygody i skrócenia badań opracowano kilka przyspieszonych testów zmęczeniowych. Próba Locatiego polega na stopniowym zwiększaniu obciążenia próbki rozpoczynając od wartości nieco niższej niż przewidywana wytrzymałość zmęczeniowa. Dla każdej wartości obciążenia wykonuje się 50 – 200 tysięcy cykli. Następnie zwiększa się obciążenie próbki. Badanie przeprowadzane jest do momentu zniszczenia próbki. Chcąc wykreślić wykres wytrzymałości zmęczeniowej należy dysponować rodziną krzywych Wöhlera z podobnymi wartościami co oczekiwana. Posiłkować się można archiwalnymi badaniami bądź też danymi literaturowymi. Próba Locatiego wykorzystuje hipotezę Minera. Zakłada ona liniową, niezależną kumulację uszkodzeń zmęczeniowych. Stosując próbę Locatiego trzeba pamiętać, że nie da się uzyskać takiej samej dokładności wyników jak dla testów przeprowadzonych na kilkudziesięciu próbkach [3].

#### Maszyny do badań zmęczeniowych

Badania zmęczeniowe przeprowadza się na odpowiednich maszynach, które nazywa się zmęczeniówkami. W powszechnym użyciu są: pulsatory hydrauliczne i rezonansowe oraz maszyny do wykonywania próby zginania obrotowego. Na pulsatorach hydraulicznych wykonuje się najczęściej jednoosiowe rozciąganie w zakresie częstotliwości 10 – 50 Hz. W pulsatorach rezonansowych sprawdzany element jest zostaje obciążony siłami bezwładności wirujących mas. Ze względu na prostą budowę oraz cenę najbardziej rozpowszechnionymi maszynami zmęczeniowymi są te służące do zginania obrotowego. Można wyróżnić dwa typy budowy ze względu na sposób mocowania próbki [3].

#### Mechanika pękania

Cechą zjawisk zmęczeniowych są lokalne odkształcenia plastyczne, umacnianie materiału związane z cyklem obciążenia a także powstawanie, rozwój i łączenie się mikropęknięć. W pasmach poślizgu oraz bliźniakowaniu ujawniają się procesy odkształcenia plastycznego. Widoczną zmianą na powierzchni materiału są linie poślizgu i związane z nimi pasma poślizgu. W przypadku dalszego obciążania pasma poślizgu zmieniają swoją postać w mikropęknięcia [4,7].

### 3. Pomiary tensometryczne

Tensometr jest to element służący do pomiaru odkształcenia badanego elementu. Tensometria jest jednym z działów doświadczalnej analizy naprężenia. Relacja pomiędzy odkształceniem a naprężeniem jest zależnością liniową zgodnie z uogólnionym prawem Hooke'a.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

gdzie:

$x, y, z$  – dowolne kierunki,

$E$  – moduł Younga,

$\nu$  – współczynnik Poissona.

Powyższe zależności dla jednoosiowego stanu naprężenia upraszczają się do:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon.$$

Odkształcenie względne definiuje się jako:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

gdzie:

$\Delta l$  – jest odkształceniem bezwzględnym odcinka o długości  $l_0$ .

Odwołując się do powyższych wzorów można stwierdzić, że w celu wyznaczenia naprężenia należy sprawdzić wartość odkształcenia bezwzględnego  $\Delta l$  w kierunku działania naprężenia  $\sigma$ . Wyjątkiem są jednak tensometry rezystancyjne, których zasada działania powiązana jest z odkształceniem względnym.

## Tensometry mechaniczne

W tensometrach mechanicznych wykorzystuje się specjalnie skonstruowane układy mechaniczne pozwalające na badanie odkształconej konstrukcji. Tensometr posiada dwa ostrza z czego jedno jest ruchome, które na drugim końcu zawiera wskazówkę pomiarową. Miejsca oparcia tensometru wyznacza długość początkową  $l_0$ . Każde odkształcenie powoduje przemieszczanie się ruchomej nóżki tensometru. Każde odkształcenie powoduje przemieszczanie się ruchomej nóżki tensometru. Nowa odległość pomiędzy ostrzami tensometru jest długością bezwzględną, którą należy pomniejszyć o wartość początkową celem uzyskania wartości przemieszczenia względnego  $\Delta l$ . Taka budowa tensometru nie zapewnia jednak dobrej dokładności pomiaru w przypadku małej bazy tensometru oraz dla odkształceń sprężystych. W celu zwiększenia dokładności pomiaru tensometrem mechanicznym stosuje się pomiary zegarowe.

## Tensometry elektryczne

Wśród tensometrów elektrycznych możemy wyróżnić poniższe typy:

- rezystancyjne (oporowe),
- indukcyjne,
- pojemnościowe,
- piezoelektryczne,
- elektrodynamiczne.

Najpowszechniej stosowanymi są tensometry oporowe. Do ich działania wykorzystywane jest zjawisko zmiany rezystancji przewodnika w wyniku jego odkształcenia. Drugą najszerzej wykorzystywaną grupą są tensometry indukcyjne. Czujniki indukcyjne mogą być z powodzeniem stosowane do pomiaru małych przemieszczeń jak i bardzo dużych, rzędu metrów. Tensometry piezoelektryczne są zbudowane z kryształu o właściwościach piezoelektrycznych. Czujniki pojemnościowe posiadają kondensator jako element pomiarowy. W tensometrach elektrodynamicznych znajduje się uzwojenie, w którym indukowany jest siła elektrodynamiczna. Powyższe typy czujników są wykorzystywane częściej do pomiarów prędkości i przyspieszenia drgań mechanicznych konstrukcji niż do pomiaru odkształceń.[3]

## Tensometry rezystancyjne

Czujniki rezystancyjne wykorzystują zjawisko fizyczne zmiany rezystancji drutu metalowego wraz ze zmianą jego długości. Pierwszy raz ta właściwość metali została opisana przez Williama Thomsona w 1856 roku. Jednakże w celach pomiarowych zjawisko te zostało wykorzystane przed II Wojną Światową w 1937 roku. Na rozwój tensometrii rezystancyjnej największy wpływ miało lotnictwo wojskowe, jak i cywilne. Czujniki były tam stosowane przed wszystkim do pomiarów wartości odkształceń w miejscach niedostępnych dla pilota. Produkcja tensometrów rozpoczęła się 2 lata później w USA.[9]

Obecnie stosuje się dwa typy tensometrów rezystancyjnych: foliowe i drucikowe oraz półprzewodnikowe. W tensometrach foliowych elementem pomiarowym jest folia o grubości od kilku do kilkunastu  $\mu\text{m}$ . Tensometry drucikowe zbudowane są z drucików o średnicy 0,02 – 0,05 mm. Czujniki drucikowe dzielimy na wężykowe i kratowe. Drucik wykonany jest z materiału przewodzącego prąd elektryczny [6]. Materiałem stosowanym na druciki jest konstantan, nichrom i kanthal. Wadą czujnika wężykowego jest jego podatność nie tylko na odkształcenia w kierunku osi wzdłużnej tensometru, ale także z powodu ułożenia drutu, pomiar odkształceń poprzecznych. Tej niedogodności nie posiadają tensometry kratowe oraz foliowe. Tensometr kratowy zbudowany jest z drucików ułożonych wzdłużnie do osi pomiaru. Pojedyncze druciki połączone są ze sobą taśmą miedzianą o małej oporności w celu zniwelowania wpływu odkształceń poprzecznych [3].

Historycznie najpierw stosowano tensometry wężykowe. Posiadają one dużą wytrzymałość zmęczeniową dlatego nadal stosowane są w długotrwałych pomiarach. Obecnie najszerzej stosowane tensometry foliowe mają kilka zalet. Jedną z nich jest to, iż przekrój poprzeczny folii metalowej ma kształt prostokąt. Czujnik zatem lepiej dopasowuje się do kształtu podłoża i lepiej mierzy odkształcenia.

#### Zasada działania tensometrów rezystancyjnych

Zasada działania tensometru oporowego wykorzystuje zależność rezystywności przewodnika  $\rho$  oraz stosunku jego długości  $l$  do pola przekroju poprzecznego  $S$ .

$$R = \rho * \frac{l}{S}.$$

Następnie przeprowadzono logarytmowanie i różniczkowanie oraz po przejściu na przyrosty skończone otrzymano:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S}.$$

Dla jednoosiowego stanu naprężenia, które występuje w tensometrze:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon.$$

Zmiana pola przekroju związana jest ze współczynnikiem Poissona  $\nu$ :

$$\frac{\Delta S}{S} = -2\nu\varepsilon.$$

Zmiana rezystywności dla materiałów o liniowej charakterystyce:

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 - 2\nu)C\varepsilon.$$

Odkształcenie przewodnika pomiarowego powoduje zmianę jego oporności. W pewnym zakresie zmiana ta jest proporcjonalna do odkształcenia. W takim przypadku można zapisać zależność:

$$\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon$$

gdzie:

$k$  – stała tensometru

$\Delta R$  – zmiana rezystancji

Stala  $k$  jest określana dla każdej serii tensometrów. Zależy ona od właściwości materiału, z którego wykonane są druciki bądź folia [3].

### Źródła błędów pomiarowych

Ze względu na charakterystykę pomiarów tensometrycznych - pomiary bardzo małych zmian oporu - łatwo jest zakłócić prawidłowy odczyt wartości odkształcenia. Najważniejszym zjawiskiem utrudniającym poprawny pomiar jest temperatura. Wpływa ona na opór tensometru. Dodatkowo różna rozszerzalność temperaturowa materiału podłoża oraz tensometru powoduje powstanie naprężenia zakłócającego pomiar [3]. Czujniki oporowe są także wrażliwe na działanie wilgoci, która może wpłynąć na zmianę wartości fizycznych podkładki tensometru oraz kleju. W celu uniknięcia problemów związanych z nadmierną wilgotnością powietrza stosuje się specjalną warstwę zabezpieczającą tensometr [6].



Przygotowanie badanego elementu do pomiarów wymaga dokładnego przygotowania powierzchni, do której przyklejony będzie tensometr. Najpierw oczyszcza się powierzchnie z zanieczyszczeń takich jak rdza czy lakier za pomocą szlifierek, pilników i papieru ściernego. Następnie wykonuje się czyszczenie chemiczne korzystając ze specjalnych preparatów. Czyszczenie umożliwia również uzyskanie dużej przyczepności kleju. Po przyklejeniu należy przylutować przewody, do których podłączony będzie mostek tensometryczny oraz tensometry kompensacyjne [6].

#### Mostki tensometryczne

Pomiary tensometryczne są prowadzone przy pomocy specjalnej aparatury, która sprawdza zmianę rezystancji tensometru oraz za pomocą przetwornika zamienia zmierzoną wartość zmiany oporu na odkształcenie względne. Współczesne mostki tensometryczne pozwalają na jednoczesny pomiar odkształceń z większej liczby punktów [5].

## 4. Wykonanie modelu obręczy

Modelowanie wspomagane komputerowo ( z ang. Computer – Aided Design ) to przykład wykorzystania komputera w celu rozwiązania pewnych problemów inżynierskich. W tym przypadku mówimy o wspomaganiu projektowania, analizie i optymalizacji konstrukcji. Stosowanie programów komputerowych zwiększa produktywność pracy inżyniera. Systemy CAD są szeroko stosowane w różnych dziedzinach takich jak budowa maszyn czy budownictwo i architektura. Historia systemów wspomaganie projektowania rozpoczyna się w USA w latach 60. W 1977 zaprezentowano pierwszy system CAD pozwalający na modelowanie trójwymiarowe. Następnie ukazał się program AutoCAD firmy Autodesk. W połowie lat 90. wydany został program SolidWorks [15]. Możliwości programów CAD to nie tylko wspomaganie modelowania, dlatego często nazywa się je systemami CAD. Potrafią współpracować z bazami danych tworząc modele wariantowe. Zawierają moduł pozwalający wykonywać animacje zaprojektowanych mechanizmów. Często mogą wykonać analizę wykorzystując metodę elementów skończonych. Również przydatne są dla potrzeb inżynierii odwrotnej, gdyż pozwalają tworzyć model na podstawie zbioru punktów wykonanych dzięki pomiarom optycznym. Implementowane mogą być również systemy ekspertowe pomagające podejmować decyzje podczas procesu modelowania.

Model obręczy został wykonany na podstawie otrzymanej dokumentacji technicznej. Dzięki temu wykonano model obręczy obecnie produkowanej i stosowanej. Jest to felga w rozmiarze 9x15,3 cala. Znajdują one zastosowanie w różnego rodzaju pojazdach rolniczych. Na poniższym zdjęciu została zaprezentowana rzeczona obręcz ( Rysunek 4.1 ). Przedmiotem modelowania było również wykonanie piasty z wałem do którego przytwierdzona jest obręcz podczas badania.



*Rysunek 4.1 Modelowana obręcz. Strona zewnętrzna.*

## CATIA

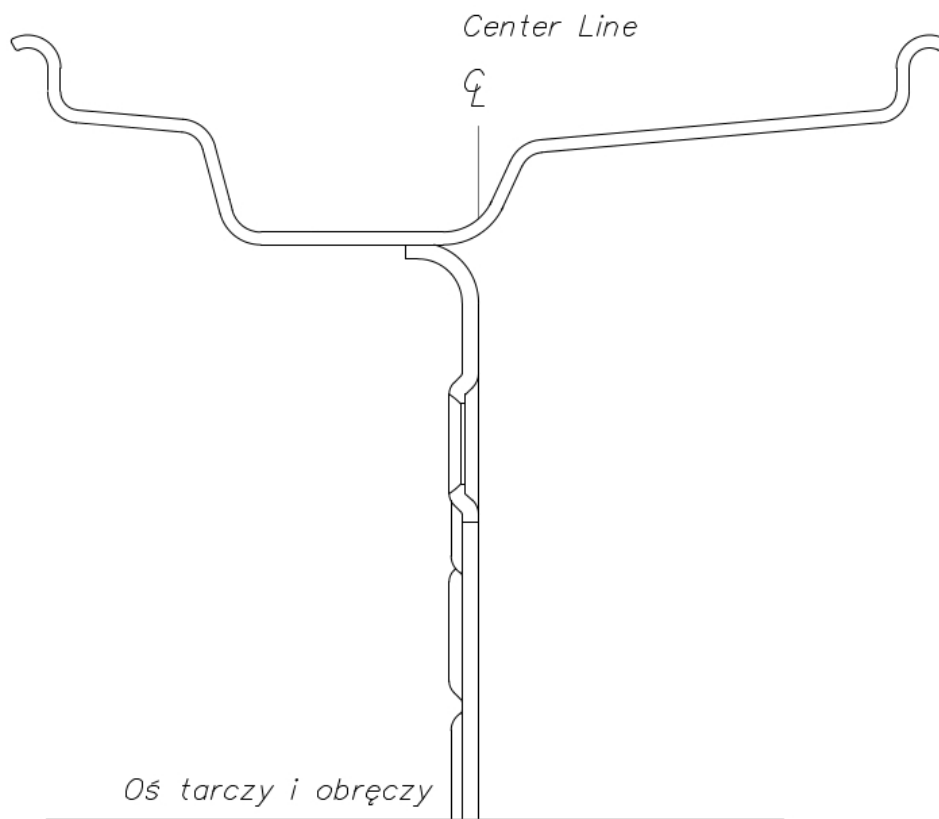
Modele obręczy oraz wału zostały wykonane w programie CATIAV5 R20. W latach 80. XX wieku francuska firma Dassault Aviation (obecnie część Dassault Group) zaprezentowała program o nazwie CATI. Później zmieniono jego nazwę na CATIA. System znajduje szerokie zastosowanie w różnych gałęziach przemysłu. Początkowo stworzony dla potrzeb lotnictwa, obecnie stosowany w budowie maszyn, elektronice i elektrotechnice czy w przemyśle stoczniowym. Komputerowe wspomaganie projektowania to znaczne skrócenie czasu na przejście od pomysłu do wytwarzania. Z systemu CATIA korzystają między innymi [wyleżo!]:

- SAAB Aircraft,
- Chrysler,
- General Motors,
- Boeing.

W Polsce stosowany jest przez firmy z branży motoryzacyjnej, przemysłu maszynowego oraz niektóre wyższe uczelnie techniczne.

### Proces modelowania obręczy

W celu wykonania modelu obręczy wykorzystałem otrzymaną dokumentację 2D. Należało zapisać plik o rozszerzeniu DWG (format AutoCAD-a) do formatu DXF. Tak przygotowany plik można otworzyć za pomocą systemu CATIA w module Drafting. Następnie można przenieść zaimportowany szkic do modułu Part Design. Moduł Part Design zawiera szeroki zakres narzędzi do modelowania bryłowego. Kluczową sprawą jest nadanie parametrów geometrycznych. Wykonanie modelu elementów obrotowych jest proste. Należy wykorzystać funkcję Shaft, wybrać obracany profil oraz oś wokół której ma zostać obrócony. Po wykonaniu tej operacji ukazuje się nam model obręczy pozbawiony jednak otworów na śruby mocujące. Za pomocą funkcji Hole, a następnie Circural Pattern łatwo można zamodelować wymaganą liczbę otworów. Należy także wykonać przetłoczenia charakterystyczne dla tej konstrukcji (Rysunek 4.2).



*Rys. 4.2. Modelowana felga o rozmiarze 9x15,3.*

## 5. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych to metoda numeryczna umożliwiająca rozwiązywanie zadań inżynierskich wykorzystująca przybliżone rozwiązania modeli matematycznych. Najczęściej jest ona wykorzystywana w celu rozwiązywania problemów dotyczących skomplikowanej geometrii konstrukcji, niemożliwym do odwzorowania analitycznym stanem obciążenia czy niejednorodnością materiałów konstrukcji. Metoda zawdzięcza się nazwę sposobowi obliczeń. Testowany element jest dzielony na skończenie małe elementy, o prostej geometrii. Podział, który nazywamy również dyskretyzacją, umożliwia szukanie rozwiązań dla charakterystycznych punktów zwanych węzłami. Są one punktami wspólnymi elementów skończonych. W węzłach określa się również obciążenia. Podobna sytuacja spotykana jest również w życiu codziennym, na przykład podczas budowy domu z cegieł [2].

### Historia MES

Koncepcja zbudowania systemów komputerowych wykonujących obliczenia inżynierskie wywodzi się z potrzeb przemysłu lotniczego. Najważniejszym zagadnieniem jest redukcja masy statku powietrznego. Zmniejszenie wymiarów wpływa na masę całej konstrukcji. W tym celu wykorzystano metodę do szczegółowej analizy rozkładu naprężenia w maszynach. W latach 50. XX wieku wykorzystano pierwsze komputery ( ENIAC ) w celu przeprowadzenia analizy numerycznej. W 1956 roku opublikowano pierwszy artykuł zawierający określenie element skończony. W latach 80. nastąpił rozwój metod numerycznych w związku z rozwojem komputerów. Moc obliczeniowa jest kluczowym zagadnieniem dla metody elementów skończonych. Duży wkład w rozwój tej metody miał Olgierd Cecil Zienkiewicz, który jako jeden z pierwszych zastosował metodę elementów skończonych, a także Jan Szmelter twórca systemu WAT-KM programu przeznaczonego do analizy statycznej konstrukcji prętowych, analizy problemów drgań własnych [12].

Obecnie metoda elementów skończonych jest szeroko stosowanym narzędziem inżynierskim z zakresu rozwiązywania problemów wytrzymałości materiałów. Metoda znajduje zastosowanie w poniższych dziedzinach:

- mechanika konstrukcji,
- mechanika budowli,
- biomechanika,
- mechanika płynów,

- elektromagnetyzm,
- akustyka,
- termodynamika.

Metoda elementów skończonych wykorzystując moc obliczeniową komputera pozwala na rozwiązywanie zawiłych układów równań różniczkowych cząstkowych. Wraz ze wzrostem liczby elementów skończonych wpływa pozytywnie na dokładność rozwiązania, jednak mocno rośnie wtedy zapotrzebowanie na moc obliczeniową i pamięć operacyjną komputera.

Wykorzystując współczesne oprogramowanie do obliczeń metodą elementów skończonych można łatwo zaimportować model z systemu CAD do MES. Niektóre systemy wspomagające prace inżynierskie mają wbudowany moduł do obliczeń numerycznych. Również w programach dedykowanych dla MES możliwe jest wykonywanie prostych modeli.

Przystępując do pracy z programem MES trzeba wykonać poniższe kroki:

- budowa modelu matematycznego na podstawie obiektu rzeczywistego, wykorzystując systemy CAD bądź korzystając z wbudowanych narzędzi do modelowania dostępnych do oprogramowaniu MES,
- nadać parametry geometryczne i fizyczne, definicja miejsca utwierdzenia oraz przyłożenia obciążenia,
- nadanie warunków brzegowych,
- dyskretyzacja modelu na elementy skończone,
- symulacja problemu – rozwiązanie układów równań różniczkowych,
- zinterpretować uzyskane wyniki.

Zasadniczo oprogramowanie MES składa się z trzech modułów: Preprocesora, solvera i postprocesora. Preprocesor umożliwia przygotowanie modelu matematycznego, nadanie parametrów w jakich przeprowadzana ma być symulacja, zdefiniowanie warunków brzegowych i początkowych, nadanie właściwości materiałowych oraz dyskretyzacja. Solver rozwiązuje zadany problem rozwiązując układy równań różniczkowych. Postprocesor opracowuje wyniki symulacji, które są przedstawiane za pomocą ilustracji. Do wyboru jest wiele metod prezentacji wyniku.

Sporo firm oferuje oprogramowanie MES. Niektóre z nich to:

- Abaqus,
- ANSYS,

- LS-DYNA,
- COMSOL Multiphysics.

### 5.1 Modelowanie w wytrzymałości materiałów

W wytrzymałości materiałów stosuje się liczne modele pozwalające przedstawić różne zjawiska zachodzące w badanym ciele stałym jak i modele obciążenia. Wśród nich możemy wyróżnić poniższe typy: modele materiału, modele kształtu, modele obciążenia i modele złomu czyli pęknięcia. Spośród modeli materiałowych należy przytoczyć ośrodek ciągły sprężysto – plastyczny, który ma zastosowanie w opisywanym przykładzie. Istnieją również modele zakładające defekty struktury krystalicznej. Modelami postaci ( kształtu ) są między innymi: pręt, tarcza, płyta, powłoka czy element przestrzenny. W kategorii modeli obciążenia wyróżnia się: siłę skupioną, moment skupiony ( bądź w postaci pary sił ), obciążenie powierzchniowe lub liniowe, siłę objętościowa oraz masową. Należy podkreślić, że wszystkie wymienione rodzaje obciążeń są stosowane w zagadnieniach statycznych jak i dynamicznych. Do ostatniej grupy zaliczmy modele złomu spowodowanego obciążeniem statycznym, nisko- i wysokocyklowe zmęczenie materiału, pękanie spowodowane długotrwałym działaniem stałej siły oraz kruche i plastyczne pękanie [1].

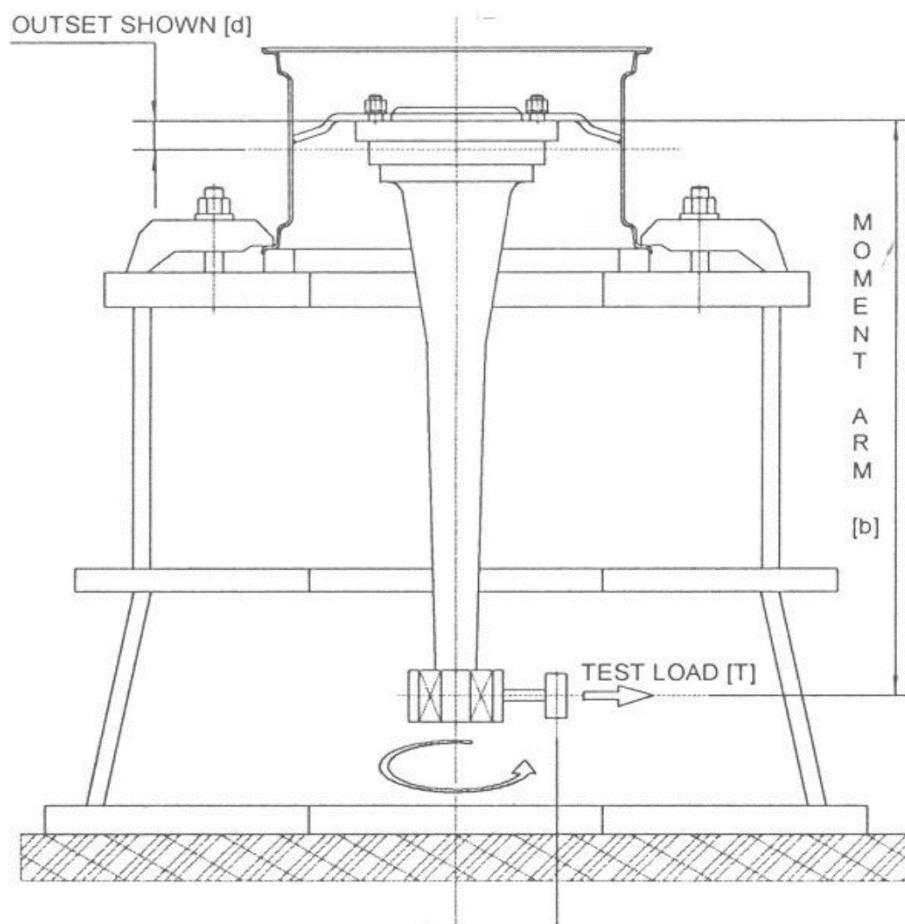
### 5.2 COMSOL Multiphysics

Firma COMSOL została założona w 1986 roku przez absolwentów Królewskiego Instytutu Technologicznego w Sztokholmie. W 1998 roku została wydana pierwsza wersja programu COMSOL Multiphysics, która zawierała moduł do obliczania mechanika konstrukcji. W następnych latach dodawane zostały kolejne człony służące do wykonywania obliczeń związanych z: elektromagnetyzmem, mechaniką płynów, termodynamiką, reakcjami chemicznymi, akustyką i innymi. Program ma możliwość modelowania prostych kształtów dwu i trójwymiarowych, między innymi prostopadłościanów, stożków czy walców. Dostępna jest również możliwość obrotu elementu wokół osi, czy wyciąganie profilu 2D. W wykorzystaniu są również operacje logiczne takie jak suma czy iloczyn. Do dyspozycji są moduły do obliczeń problemów inżynierskich z zakresu [13]:

- elektrostatyka,
- termodynamika,
- mechanika płynów,
- akustyka,
- mechanika ciała stałego.

## 6. Badania eksperymentalne

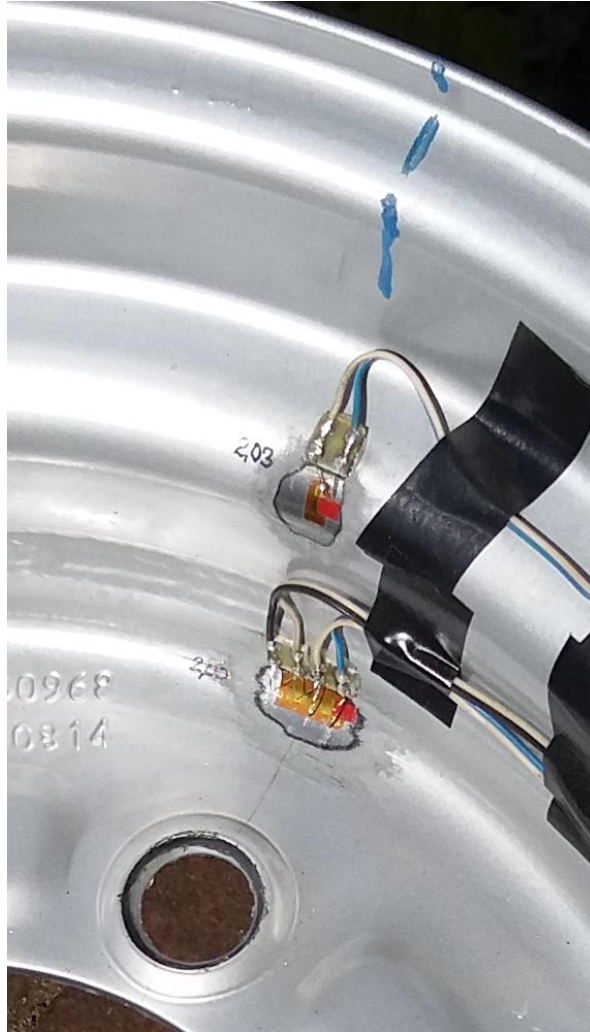
Zgodnie z polską normą PN-S-91240/03:1993 koło pojazdów zostać poddane stosownym badaniom w celu uzyskania homologacji. Badaniami tymi są: badanie wytrzymałości zmęczeniowej na obciążenie promieniowe oraz na zginanie. Schemat stanowiska badawczego przedstawia rysunek 6.1.



Rysunek 6.1. Schemat stanowiska badawczego.  $T$  – obciążenie,  $b$  – ramię. [11]

Ośrodki przeprowadzające badania są zobowiązane do cyklicznego wzorcowania maszyn pomiarowych. W tym celu wykonuje się testy porównawcze pomiędzy różnymi ośrodkami. Do rzeczonych obręczy bądź kół naklejone zostają tensometry, które umożliwiają pomiar odkształceń dla zadanych obciążeń. Zastosowano 3 tensometry. Sposób ich naklejenia przedstawia rysunek 6.2.





*Rysunek 6.2. Miejsca naklejenia tensometrów.*

Koła zostają zamontowane na maszynach zmęczeniowych w celu wykonania pomiarów. Typowa maszyna do badania wytrzymałości zmęczeniowej na zginanie przedstawiona jest na rysunku 6.3.

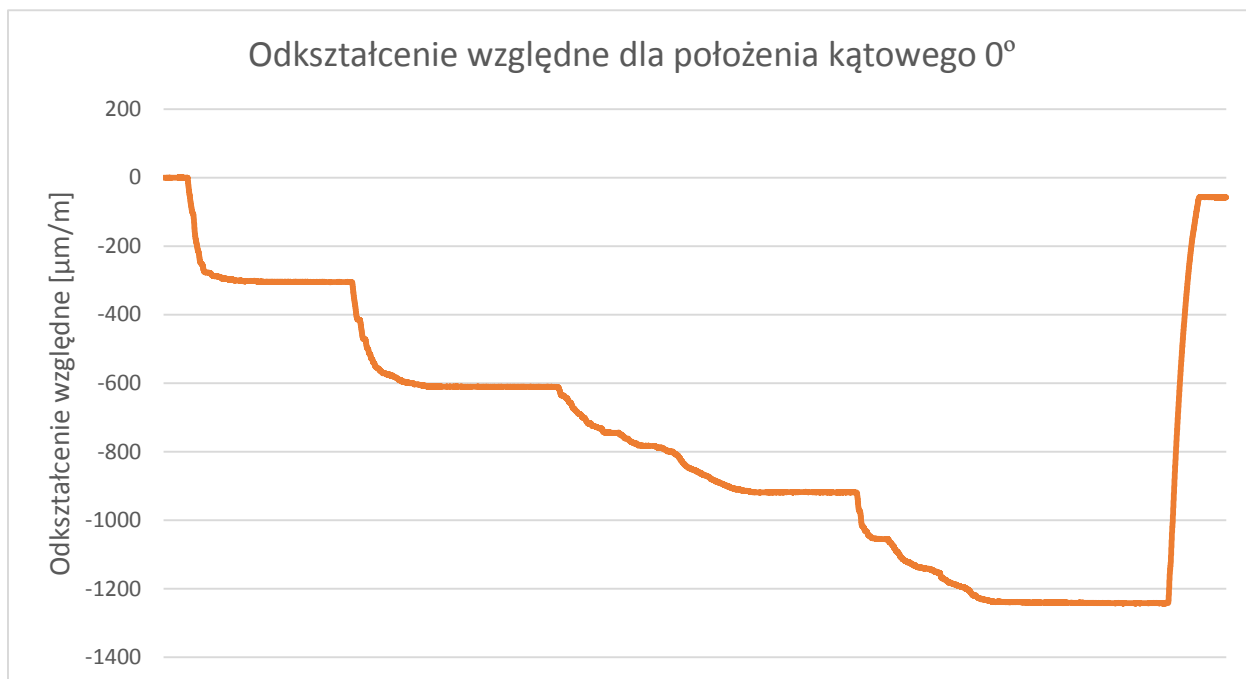


*Rysunek 6.3. Maszyna do badania wytrzymałości zmęczeniowej na zginanie.*

Następnie wykonuje się statyczne testy obciążeniowe, dzięki którym można odczytać wartość odkształcenia w zależności kąta obrotu obręczy na maszynie. Wykonano pomiary dla położen kątowych obręczy w zakresie od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Felga była obciążona momentem o wartości 1, 2, 3 i 4 kNm. Po wykonanym pomiarze obręcz była obracana o  $30^\circ$ . Łącznie wykonano pomiary w 7 położeniach kątowych. Częstotliwość próbkowania wynosi 50 Hz.

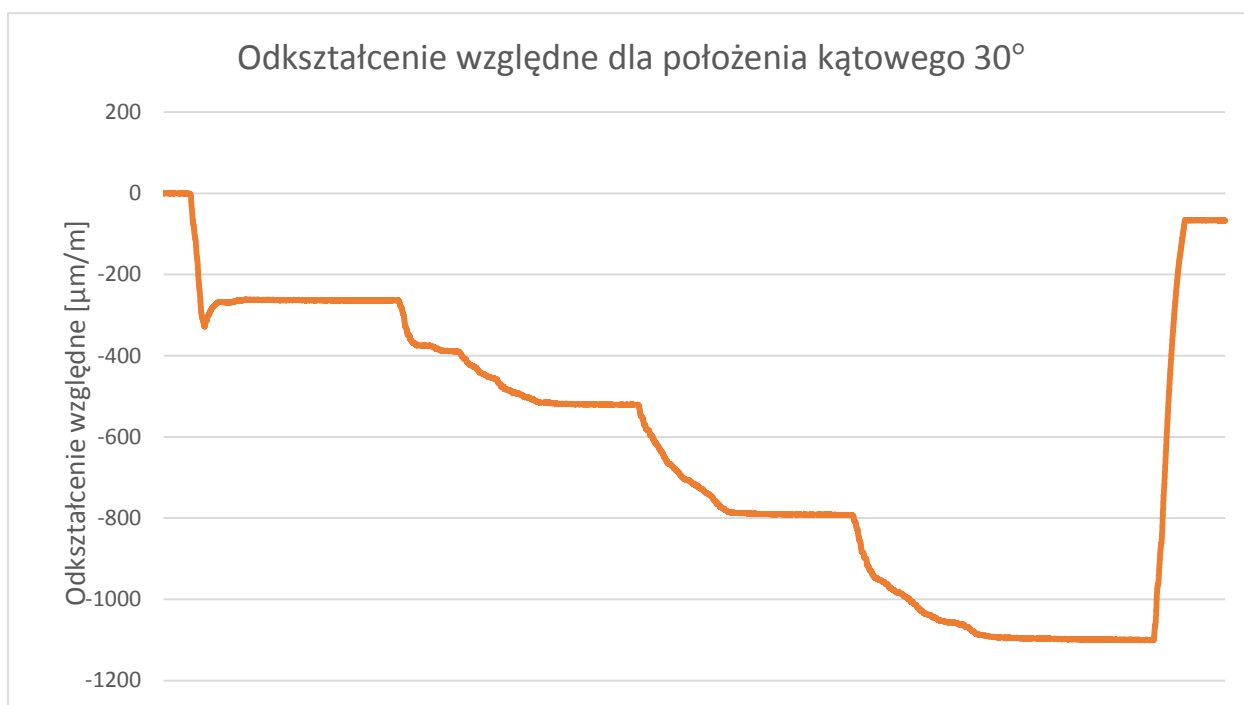
Jako pierwsza została wykonana próba obciążenia obręczy, dla której tensometr znajdował się w kierunku działania siły obciążającej ( położenie  $0^\circ$  ) działającej na oś przymocowaną do obręczy. Odkształcenie podczas obciążenia momentem o wartości 1 kNm wynosi około - 305  $\mu\text{m/m}$ . Znak przed wartością liczbową świadczy o kierunku odkształcenia. Wraz z kolejnym wzrostem obciążenia wartość odkształcenia względnego wzrosła dwukrotnie. Dalej podczas wzrostu obciążenia felgi do 3 kNm, wartość odkształcenia wzrasta do około 920  $\mu\text{m/m}$ . Przy

maksymalnym założonym obciążeniu ( 4 kNm ) względna wartość odkształcenia wynosi 1240  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Wyniki pomiarów prezentuje wykres 1.



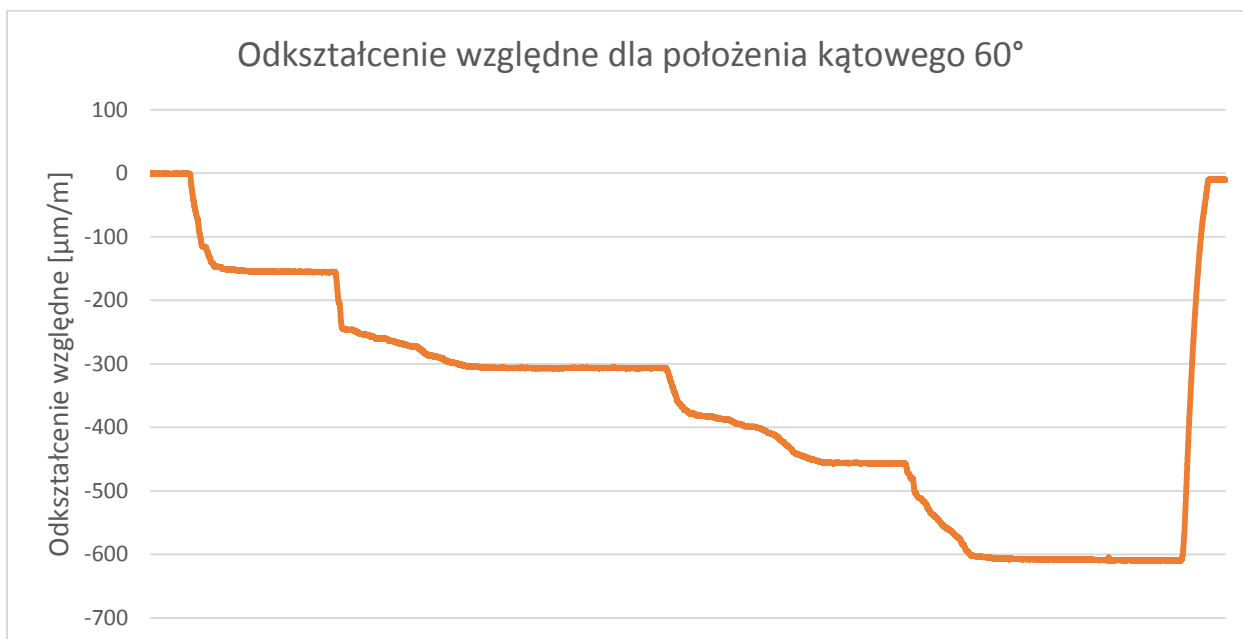
Wykres 1. Pomiar odkształcenia względnego dla położenia  $0^\circ$

Następny krok stanowi pomiar odkształcenia dla położenia kąтового  $30^\circ$ . W tym przypadku oś pomiarowa tensometru nie jest tożsama z kierunkiem działania obciążenia przyłożonego do końca osi na którym osadzona jest obręcz. Zatem wartości zmierzonego odkształcenia będą mniejsze niż dla pierwszego przypadku. Dla obciążenia wynoszącego 1 kNm odkształcenie względne wynosi około -262  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Spadek wartości odpowiada zmianie kąta przyłożenia siły. Podczas obciążania momentem o wartości 2 kNm uzyskano odkształcenie rzędu -520  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Kontynuując obciążanie wartości odkształcenia względnego rosną do 792 i 1100  $\mu\text{m}/\text{m}$  dla obciążenia odpowiednio 3 i 4 kNm. Zależność odkształcenia od obciążenia dla drugiego przypadku przedstawia wykres 2.



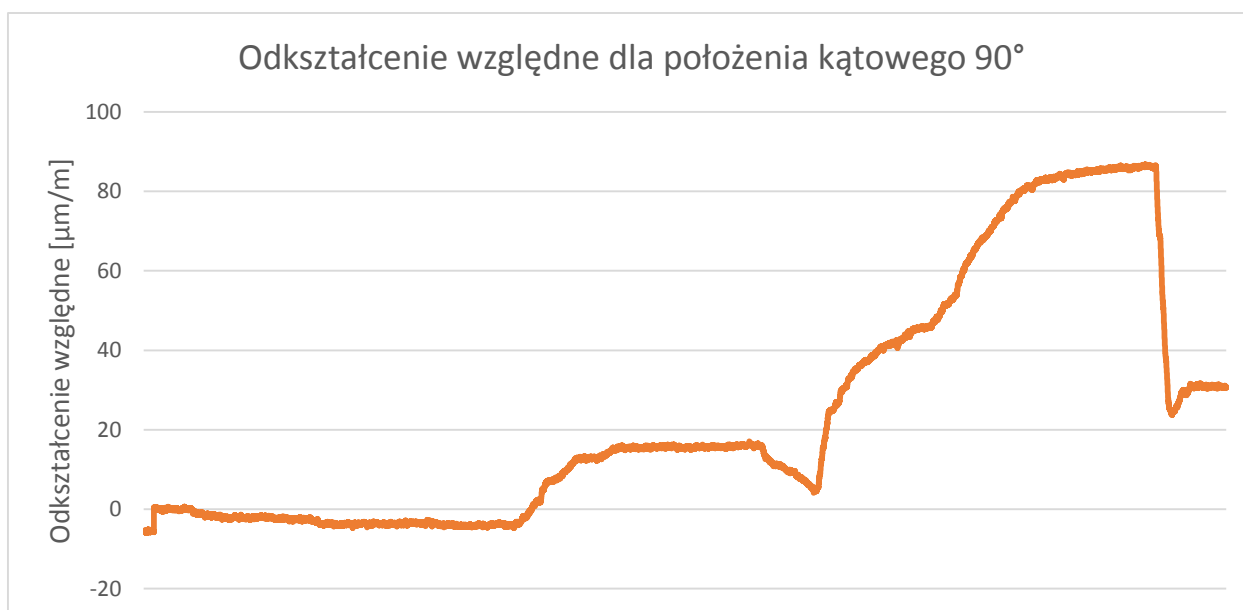
Wykres 2. Pomiar odkształcenia względnego dla położenia 30°

Kolejną próbą jest obciążenie obręczy, która jest przesunięta względem położenia początkowego o 60°. Podobnie jak w poprzednich testach felga zostanie poddana statycznemu obciążaniu o wartościach równych: 1, 2, 3 i 4 kNm. W przypadku obciążenia momentem o wartości 1 kNm uzyskano odkształcenie względne o wartości -154 µm/m. Odpowiada to połowie wartości odkształcenia w przypadku braku przesunięcia kąowego pomiędzy osią pomiarową tensometru a kierunkiem działania siły obciążającej. Kontynuując pomiary uzyskano wartość odkształcenia względnego o wartości 306 µm/m. Maksymalną wartość odkształcenia wynosi -608 µm/m dla przypadku obciążenia obręczy maksymalnym założonym momentem: 4 kNm. Wyniki badania obrazuje wykres 3.



Wykres 3. Pomiar odkształcenia względnego dla położenia  $60^\circ$

Ostatnim testem jest obciążenie obręczy pod kątem prostym względem osi pomiaru tensometru. Felga została obciążona momentami o wartościach takich samych jak poprzednich przypadkach. Po przyłożeniu obciążenia o wartości 1 kNm obręcz odkształciła się nieznacznie. Wartość oscyluje wokół zera. Moment o wartości 2 kNm powoduje odkształcenie względne o wartości 15  $\mu\text{m/m}$ . Dla maksymalnego obciążenia, którego wartość wynosi 4 kNm, wartość odkształcenia wynosi około 83  $\mu\text{m/m}$ . Wyniki pomiarów zostały przedstawione na wykresie 4. W przypadku kolejnych wartości kąta przesunięcia obręczy, wartości bezwzględne odkształcenia względnego dla odpowiednich obciążeń i kątów są sobie równe.

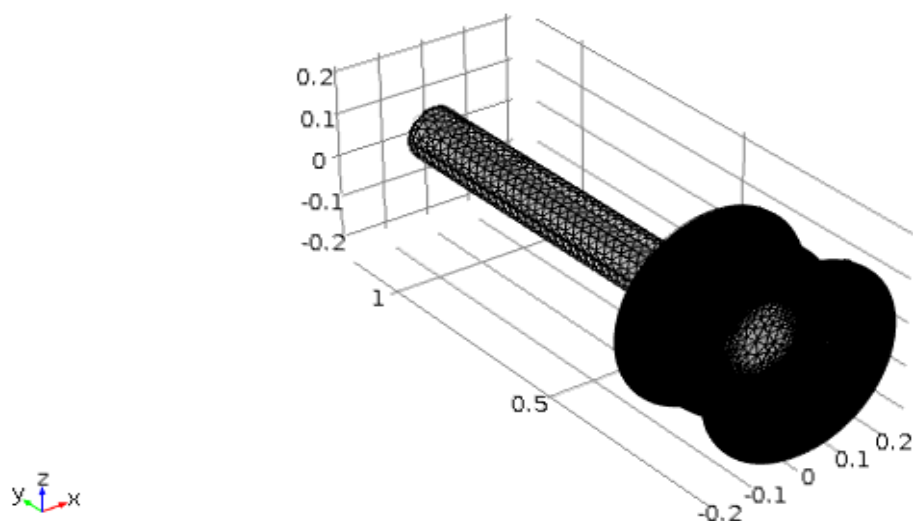


Wykres 4. Pomiar odkształcenia względnego dla położenia  $90^\circ$

## 7. Analiza numeryczna

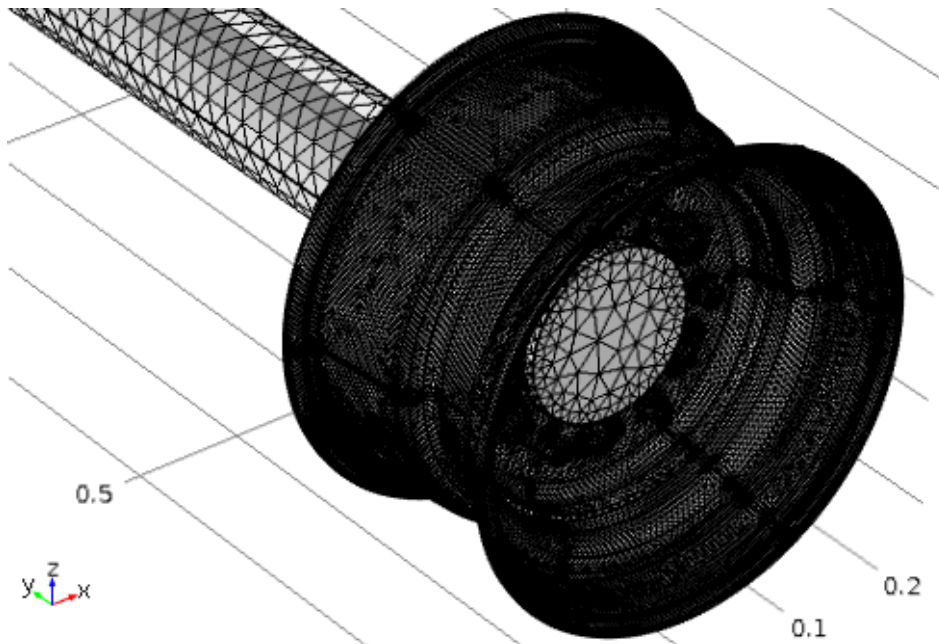
Pierwszą przeprowadzoną symulacją było obciążenie obręczy, w celu ustalenia maksymalnej wartości naprężenia zredukowanego Hubera – Misesa. Wyznaczone zostało również maksymalne przemieszczenie obręczy. Felgi zostały obciążone momentem o wartości 1, 2, 3 i 4 kNm w kierunku zależnym od kąta przesunięcia obręczy. Dla braku przesunięcia moment działał w kierunku zgodnym z osią X, a dla obrotu o 90° stopni obciążenia działa w kierunku osi Z.

Rysunki 7.1 i 7.2 przedstawiają podział obręczy wraz z piastą na elementy skończone. Program wykonał podział na 215 816 elementów skończonych. Zastosowano siatkę bardziej gęstą, w celu wyeliminowania błędów w dyskretyzacji.



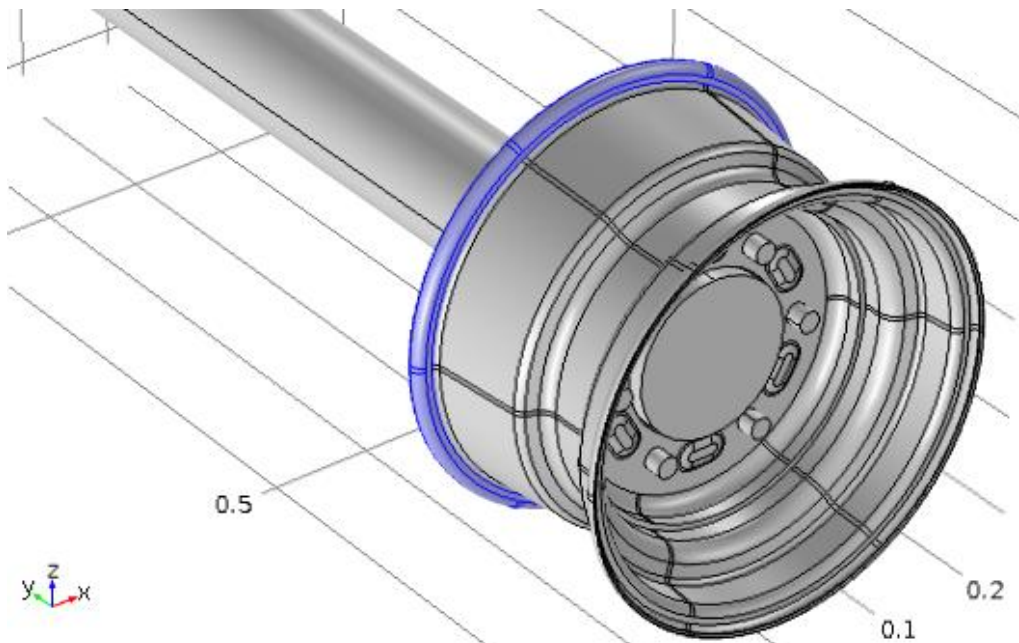
Rysunek 7.1. Podział na elementy skończone. Widok ogólny.



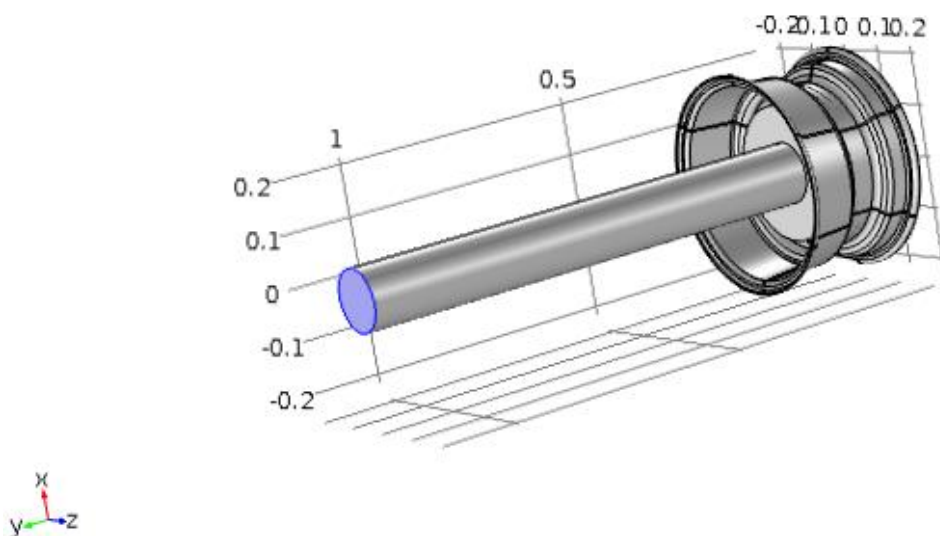


Rysunek 7.2. Podział na elementy skończone. Widok obręczy.

Obręcz została zamocowana tak jak w badaniu eksperymentalnym. Powierzchnia mocująca została przedstawiona na rysunku 7.3. Obciążenie w postaci siły zostało przyłożone do powierzchni dolnej piasty o długości jednego metra. Powoduje to, że na obręcz działa moment. Obciążenie zostało przedstawione na rysunku 7.4.

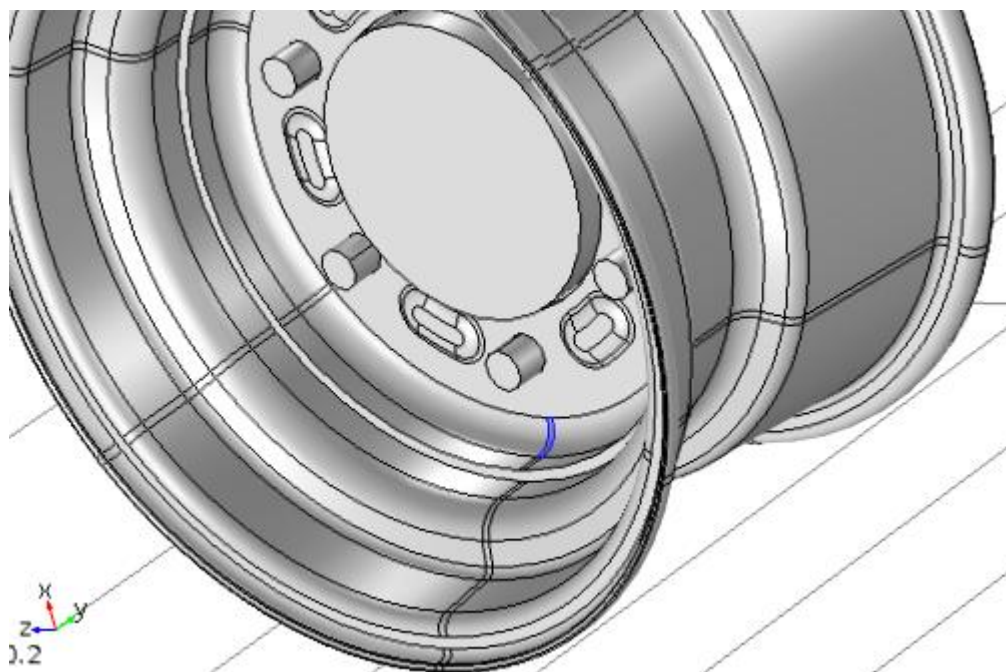


Rysunek 7.3. Powierzchnia mocująca obręcz



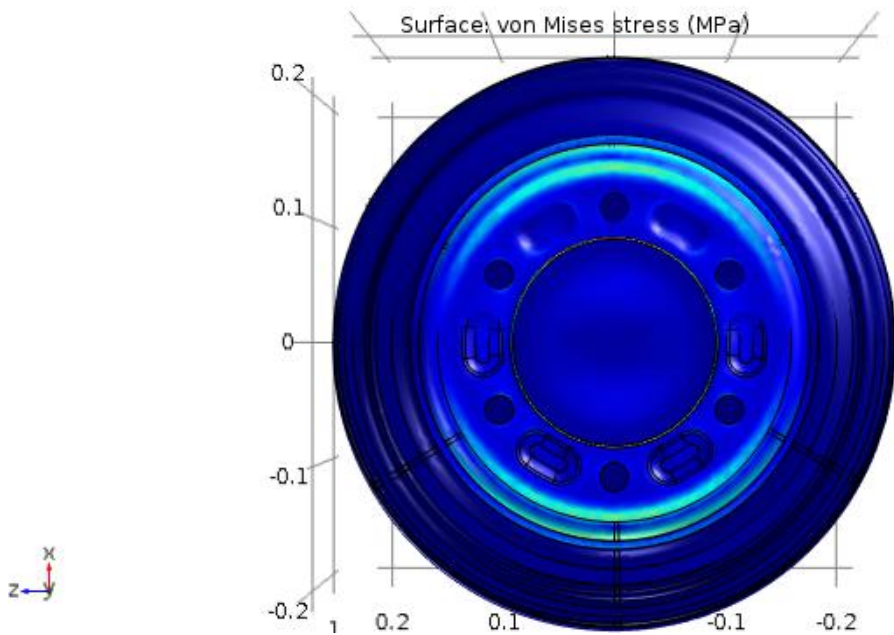
Rysunek 7.4. Miejsce obciążenia obręczy.

Pierwsza symulacja została przeprowadzona dla podstawowego układu. Siła wymuszająca moment działa zgodnie z kierunkiem osi X. Powoduje to największe obciążenia i przemieszczenia w rozpatrywanym miejscu ( Rysunek 7.5 ). Na wybranej powierzchni obliczono wartość średnią określonych parametrów. Naprężenie wywołane obciążeniem o wartości 1 kNm wynosi 11,73 MPa. Całkowite przemieszczenie dla danego obszaru wynosi 0,017 mm. Rozkład naprężenia oraz przemieszczenia ukazuje rysunek 7.6a i 7.6b.

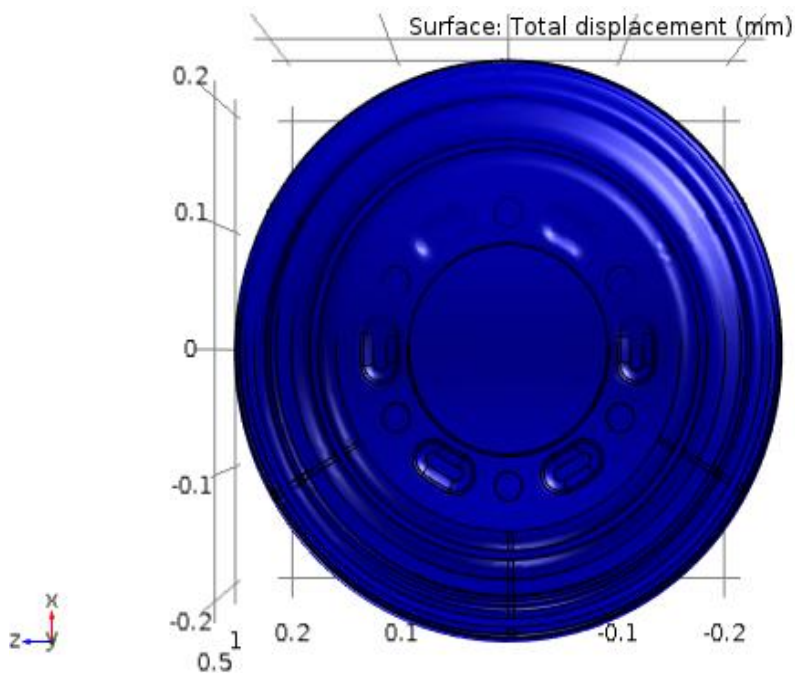


Rysunek 7.6. Obszar, dla którego porównywane są wyniki.





Rysunek 7.6a. Rozkład naprężenia na tarczy obręczy.



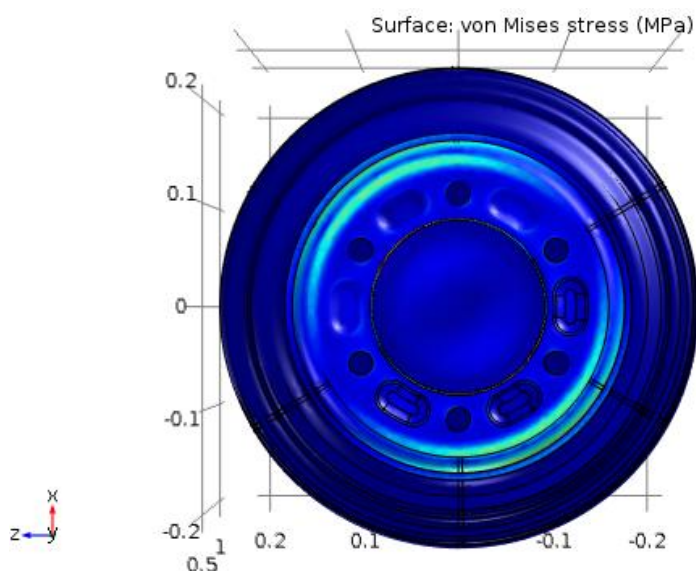
Rysunek 7.6b. Rozkład przemieszczenia na tarczy obręczy.

Symulacja została przeprowadzona dla 4 wartości momentu działającego na obręcz. Wyniki dla pozostałych wariantów zostały przedstawione w tabeli 1.

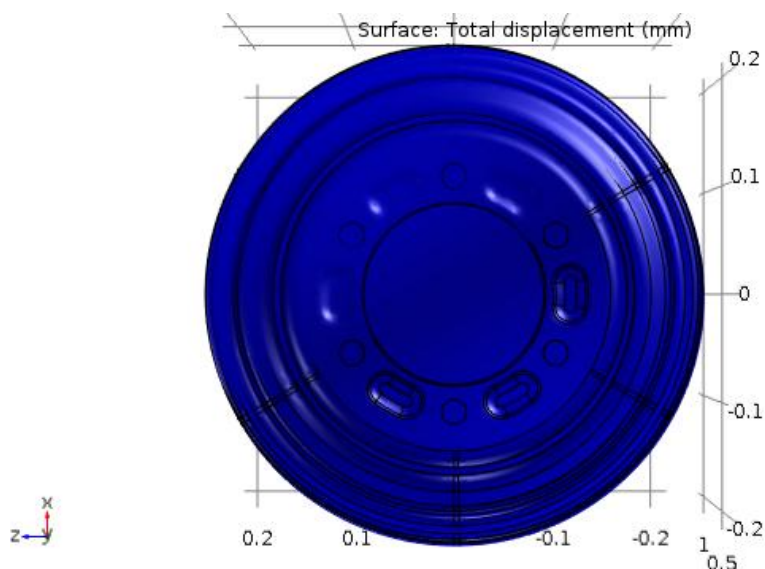
Tabela 1. Wyniki pierwszej symulacji.

Wartość przemieszczenia kąowego	Wartość obciążenia [kNm]	Przemieszczenie [mm]	Naprężenie [MPa]
0°	1	0,017	11,73
	2	0,034	23,45
	3	0,051	35,2
	4	0,068	47

Kolejną analizą numeryczną była symulacja obciążenia obręczy przesuniętej o kąt 30° względem położenia początkowego. Dla takiego obrotu wartości naprężenia i przemieszczenia, dla rozpatrywanego wycinka obręczy, są mniejsze. Rozkład naprężenia i przemieszczenia przedstawia rysunek 7.7a i 7.7b. Wartości średnie w przypadku przemieszczenia są mniejsze od przypadku podstawowego i wynoszą, dla obciążenia momentem o wartości 1 kNm, 0,015. Szczegółowe przedstawia tabela 2.



Rysunek 7.7a. Rozkład naprężenia dla przesunięcia kąowego o wartości 30°

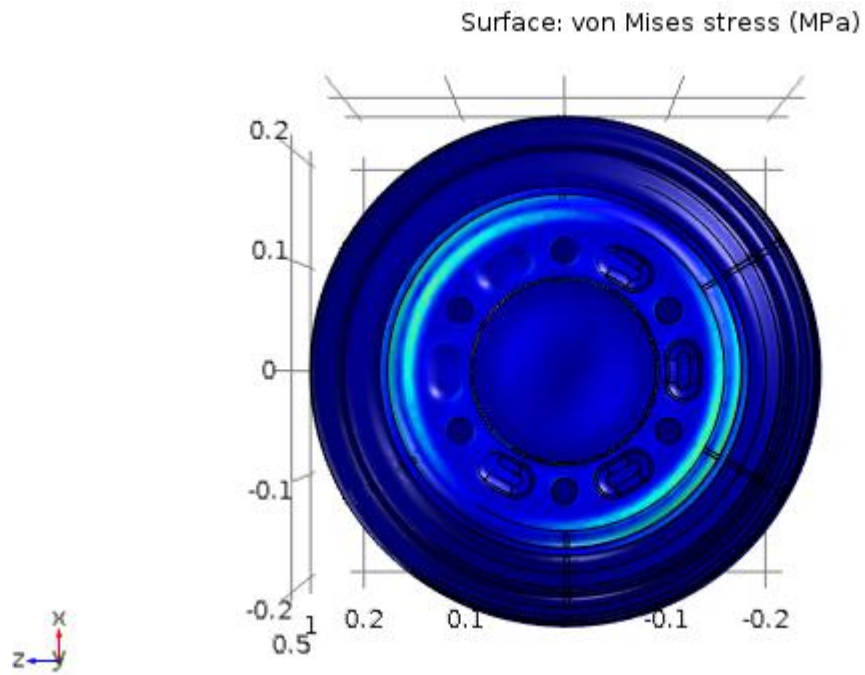


Rysunek 7.7b. Rozkład przemieszczeń.

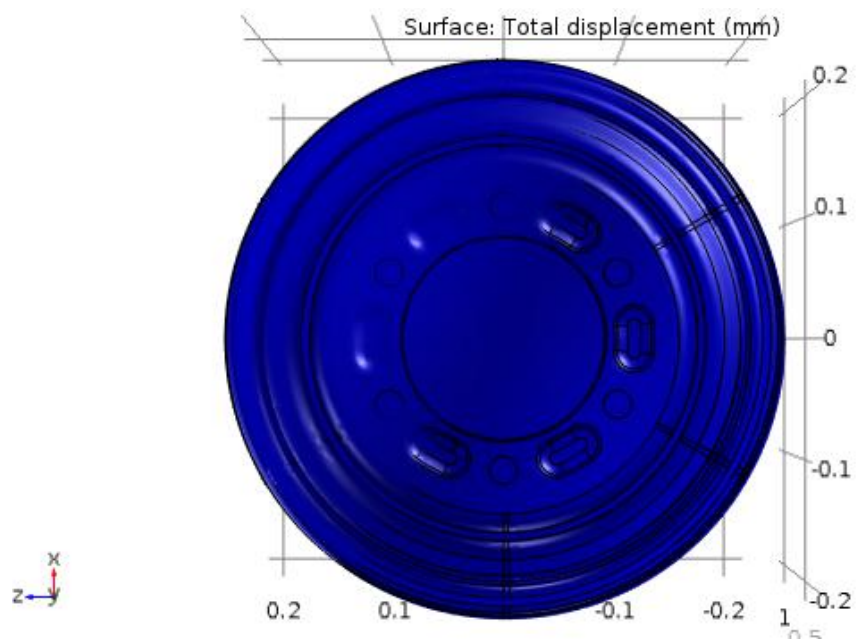
Tabela 2. Wyniki drugiej symulacji.

Wartość przemieszczenia kąowego	Wartość obciążenia [kNm]	Przemieszczenie [mm]	Naprężenie [MPa]
30°	1	0,015	10,41
	2	0,03	20,81
	3	0,045	31,22
	4	0,06	41,62

Następnym rozpatrywanym przypadkiem jest obciążanie obręczy przesuniętej względem podstawowego przypadku o 60°. Otrzymane wyniki były mniejsze od dwóch poprzednich przypadków. Rozkład naprężenia i przemieszczenia przedstawiają rysunki 7.8a i 7.8b. Wartość naprężenia dla pierwszej siły wymuszającej ( 1 kN ) wynosi 6,73 MPa. Szczegółowe wyniki przedstawia tabela 3.



Rysunek 7.8a. Rozkład naprężenia w tarczy obręczy.

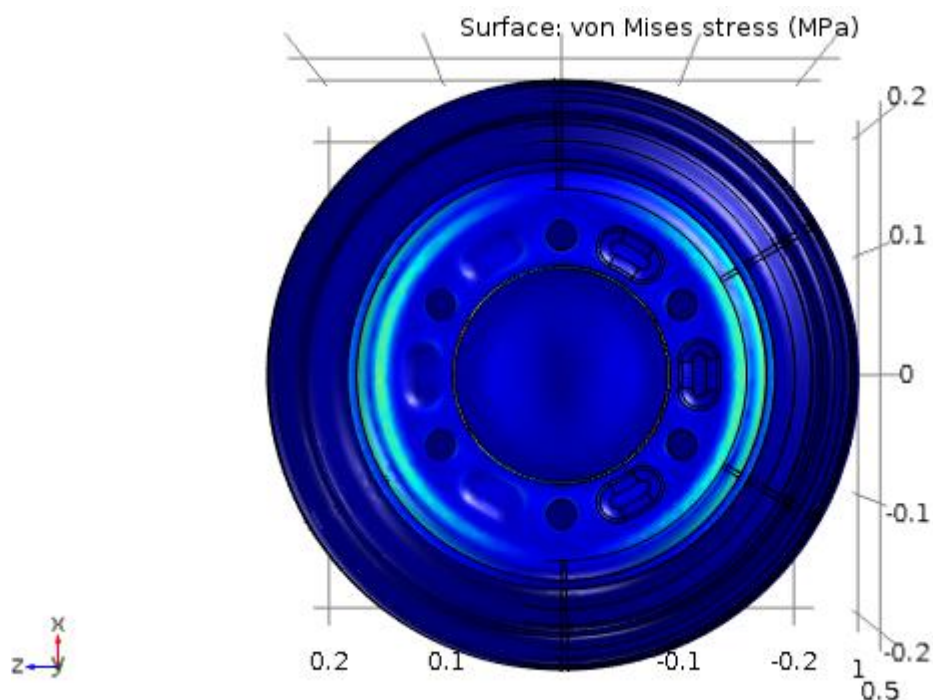


Rysunek 7.8b. Rozkład przemieszczenia w tarczy obręczy.

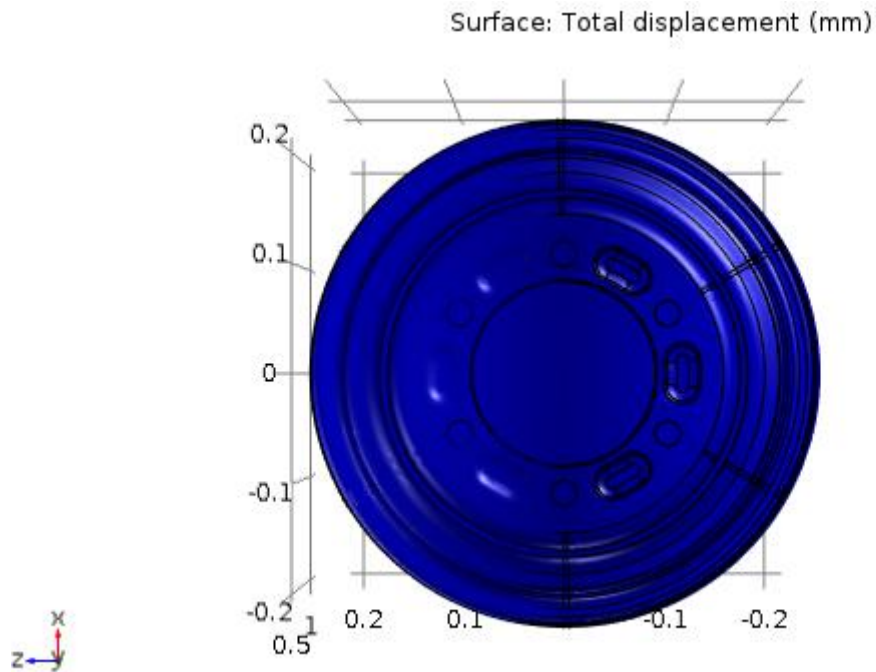
Tabela 3. Wyniki trzeciej symulacji.

Wartość przemieszczenia kąowego	Wartość obciążenia [kNm]	Przemieszczenie [mm]	Naprężenie [MPa]
60°	1	0,009	6,73
	2	0,017	13,5
	3	0,026	20,19
	4	0,035	27

Ostatnią przeprowadzoną symulacją jest analiza naprężenia i przemieszczenia w przypadku siły działającej pod kątem prostym względem położenia początkowego. Wartości poszczególnych parametrów są najmniejsze. Dla pierwszej siły średnia wartość naprężenia dla rozpatrywanego obszaru tarczy obręczy wynosi niecałe 3 MPa. Przemieszczenie dla maksymalnego obciążenia ( 4 kNm ) wynosi 0,002 mm. Rozkład naprężenia i przemieszczenia prezentuje rysunek 7.9a i 7.9b. Szczegółowe wyniki symulacji zawiera tabela 4.



Rysunek 7.9a. Rozkład naprężenia dla czwartego przypadku obciążenia.



*Rysunek 7.9b. Rozkład przemieszczenia dla czwartego przypadku.*

Tabela 4. Wyniki 4 symulacji.

Wartość przemieszczenia kąowego	Wartość obciążenia [kNm]	Przemieszczenie [mm]	Naprężenie [MPa]
90°	1	$4,78 \cdot 10^{-4}$	2,97
	2	$9,46 \cdot 10^{-4}$	5,92
	3	0,0014	8,86
	4	0,002	11,85

Wyniki symulacji dla przesunięcia kąowego o wartości 120°, 150 ° i 180 ° pominięto. Wartości naprężenia i przemieszczenia dla odpowiadających sobie kątów będą różniły się tylko znakiem.

## 8. Podsumowanie i wnioski.

Dla celów pracy wykonano i przedstawiono analizę eksperymentalną oraz numeryczną koła tarczowego pojazdu rolniczego.

Badanie eksperymentalne pozwoliło ustalić maksymalne odkształcenie w zależności od obrotu obręczy oraz kąta przemieszczenia względem kierunku działania siły. Tego typu testy wykonywane są przez ośrodki badawczo – rozwojowe w celu wzorcowania maszyn do badań zmęczeniowych. Jest to kluczowe w kontekście udzielania homologacji dla nowych konstrukcji kół. Test ten obrazuje działanie momentu zginającego na koło zamontowane w obciążonym pojeździe.

Analiza numeryczna pozwoliła na wyznaczenie maksymalnych wartości naprężenia i przemieszczenia oraz ich rozkładów. Pozwala to wskazać miejsca najbardziej narażone na powstanie pęknięć zmęczeniowych. Wartości przemieszczenia uzyskane z symulacji są bardzo niewielkie.

W celu wykonania modelu należało posłużyć się pewnym uproszczeniem. Obręcz rzeczywista posiada tarczę, która jest przyspawana do profilu. Dla ułatwienia zastosowano jednolitą felgę. Piasta oraz oś użyte w symulacji są elementem monolitycznym.

Badanie eksperymentalne jest badaniem wynikającym z polskiej normy oraz różnych regulaminów. Na ich podstawie można uzyskać niezbędną homologację oraz sprawdzić poprawność konstrukcji obręczy. Jest to szczególnie ważne, gdyż koła to jedyne elementy łączące pojazd z jednią. Mają wpływ drogę hamowania oraz własności jezdne.

## Streszczenie

Celem pracy było wykonanie badań eksperymentalnych oraz analizy numerycznej właściwości mechanicznych obręczy do kół pojazdów rolniczych. We wstępie opisano normy dotyczące obręczy kół w zakresie ich wytrzymałości zmęczeniowej oraz wymiarów. Przedstawiono metodę prowadzenia badań porównawczych z wykorzystaniem tensometrów przez ośrodki badawczo – rozwojowe. Opisano metodę elementów skończonych i jej zastosowanie w różnych gałęziach inżynierii. Przedstawiono komputerowe wspomaganie projektowania. Nakreślono schemat postępowania podczas modelowania obręczy. Badania zostały przeprowadzone w ośrodku badawczo – rozwojowym, dla 4 położenia kątowych obręczy. W każdym położeniu obręcz była obciążona momentem o wartości 1, 2, 3 i 4 kNm. Wyniki przedstawiono na wykresach. Symulacja numeryczna została przeprowadzona w programie COMSOL Multiphysics. Na jej podstawie określono maksymalne naprężenia oraz przemieszczenia dla wybranej powierzchni tarczy obręczy.

## Abstract

The purpose of this thesis was numerical and experimental analyze of mechanical properties of the rim used in agricultural machinery. The introduction describes standards for rims for fatigue and dimensions. Further describes method to prove experiment to compare results between different research and development centers. For this reason at the rim 3 strain gauges was mounted. Were describes finite element analysis and possibilities. Show scheme of modeling rim for analysis. These work presents experimental test for bending fatigue of rim. Rim was tested in 4 angles position. Results of experiment was show at the charts. Numerical simulation was conduct in COMSOL Multiphysics. It shows the distribution and maximal value of stress and total displacement for chosen surface of rim.



## Bibliografia

- [1] Bąk R., Burczyński T., Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa 2001.
- [2] Grądzki R., Wprowadzenie do metody elementów skończonych, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2002
- [3] Joniak S. ( red. ) Badania eksperymentalne w wytrzymałości materiałów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2006.
- [4] Kocańda S., Zmęczeniowe niszczenie metali, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa 1972.
- [5] Kopkowicz M., Metody doświadczalne badań konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2003.
- [6] Mazurkiewicz S. ( red. ), Ćwiczenia laboratoryjne z wytrzymałości materiałów, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 1999.
- [7] Moszyński W., Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1954.
- [8] Orzełowski S., Budowa podwozi i nadwozi samochodowych, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 2003.
- [9] Roliński Z., Tensometria oporowa: podstawy teoretyczne i przykłady zastosowań, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa 1981.
- [10] Zielnica J., Wytrzymałość materiałów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2001.

### Źródła internetowe

- [11] <http://www.euwa.org>
- [12] [http://www.wme.wat.edu.pl/viewpage.php?page\\_id=40](http://www.wme.wat.edu.pl/viewpage.php?page_id=40)
- [13] <https://www.comsol.com/>
- [14] <http://encyklopedia.pwn.pl/>
- [15] [http://www.cadblog.pl/historia\\_CAD\\_I.htm](http://www.cadblog.pl/historia_CAD_I.htm)