

Politechnika Poznańska  
Wydział Inżynierii Mechanicznej

Praca dyplomowa inżynierska

**Modelowanie i analiza właściwości mechanicznych  
zderzaka auta terenowego**

**Szymon Koss**

Promotor  
**dr hab. Tomasz Stręk, prof. uczelni**

Poznań 2024

## Spis treści

1. Wstęp.....	3
1.1 Cel i zakres pracy.....	3
1.2 Wprowadzenie.....	3
2. Charakterystyka metalowych zderzaków oraz materiały wykorzystywane do ich produkcji .....	6
2.1 Geometria zderzaka.....	6
2.2 Materiały.....	9
2.3 Proces tworzenia zderzaka.....	10
3. Wprowadzenie do zagadnień wytrzymałościowych.....	14
3.1 Naprężenia.....	14
3.2 Prawo Hooke'a.....	17
3.3 Uogólnione prawo Hooke'a w przestrzeni trójwymiarowej.....	19
4. Metoda elementów skończonych.....	21
4.1 Opis metody i zastosowanie.....	21
4.2 Równania bazowe w metodzie elementów skończonych.....	22
5. Symulacja zagadnienia statycznego i dynamicznego.....	26
5.1 Model obliczeniowy zagadnienia statycznego.....	26
5.2 Wyniki i analiza symulacji zagadnienia statycznego.....	29
5.3 Model obliczeniowy zagadnienia dynamicznego.....	32
5.4 Wyniki i analiza symulacji zagadnienia dynamicznego.....	36
6. Podsumowanie i wnioski.....	47
Streszczenie.....	48
Abstract.....	48
Literatura.....	49
Specyfikacja techniczna.....	49
Źródła internetowe.....	49

# 1. Wstęp

## 1.1 Cel i zakres pracy

Celem tej pracy dyplomowej jest rozwiązanie i analiza zagadnienia zaprojektowania modelu konstrukcji trójwymiarowego zderzaka auta terenowego oraz zbadanie jego właściwości mechanicznych podczas zderzeń statycznych oraz dynamicznych. Głównym problemem poddanym analizie będzie wpływ geometrii zderzaka na wytrzymałość przy symulacji zderzenia czołowego i bocznego z przeszkodą oraz wykazaniu newralgicznych punktów konstrukcji. Cały proces odbędzie się z wykorzystaniem symulacji numerycznej korzystając z metody elementów skończonych (MES).

Rozdział pierwszy wprowadza w tematykę zderzaków do aut osobowych. Został w nim przedstawiony ich rozwój na przestrzeni lat wraz z zaletami i wadami. Szczegółowo omówiono normy dotyczące zderzaków, które definiują jego geometrię.

W rozdziale drugim szczegółowo przedstawiono charakterystykę geometrii zderzaka i czynniki, które wpływają na jego funkcjonalność. Omówiono najczęściej stosowane materiały do jego produkcji oraz proces tworzenia zderzaka wraz z rysunkami prezentującymi najważniejsze wymiary.

Rozdział trzeci wprowadza do zagadnień wytrzymałościowych. Przybliży kwestię naprężeń, prawa Hooke'a, uogólnionego prawa Hooke'a w przestrzeni trójwymiarowej i przedstawia najważniejsze zależności.

W rozdziale czwartym omówiono podstawy metody elementów skończonych. Opisano gdzie się ją stosuje oraz wyjaśniono bazowe równania, na których opiera się obliczanie wartości w węzłach.

Rozdział piąty prezentuje modele obliczeniowe i warunki brzegowe do symulacji wraz z wynikami przeprowadzonych badań zderzeń statycznych i dynamicznych. Na końcu przedstawiona jest szczegółowa analiza wykonanych wyników.

Ostatni rozdział podsumowuje proces przeprowadzenia pracy inżynierskiej oraz wskazuje czy założenia projektowe zostały w pełni przeprowadzone.

## 1.2 Wprowadzenie

Powstanie pierwszego pojazdu silnikowego datuje się na 1886 rok, który został opatentowany przez Carla Benz. Pierwotny zderzak, o którym wiadomo został zaimplementowany dopiero w 1897 roku, ale pełnił wyłącznie funkcję dekoracji pojazdu oraz był wykonany z metalu. Zderzak w aucie jest to najbardziej wysunięty element z przodu

i tyłu auta. Ewoluowały one na przestrzeni lat z prostych kawałków metalowego profilu, aż do solidnych, dużych, ciężkich i błyszczących chromowanych zderzaków, ale rola wciąż pozostawała taka sama. Z biegiem czasu zaczęto montować gumowe odbojniki na metalowych prętach, aby amortyzować uderzenia. Powolną rewolucję w tej dziedzinie spowodowało wprowadzenie zderzaków z tworzywa sztucznego, a pierwszy z nich został zamontowany w 1968 roku. Ich trend zaczął się zwiększać dzięki większemu bezpieczeństwu. W 1973 roku weszły normy i przepisy bezpieczeństwa dotyczące pojazdów silnikowych. Między innymi normowały wymiary zderzaków i funkcje bezpieczeństwa przy prędkości mniejszej niż 8 km/h. Obecnie zderzaki aut osobowych wykonane są z tworzywa sztucznego, ponieważ można nadać im odpowiedni kształt, możliwa jest regeneracja, są lżejsze, bezpieczniejsze i bardziej plastyczne niż ich metalowe odpowiedniki. Rolą zderzaka samochodowego jest łagodzenie skutków kolizji przy niskich prędkościach. Natomiast przy poważnych wypadkach samochodowych nie mają już wpływu na bezpieczeństwo osób czy sposób deformacji nadwozia, jednakże w przypadku zderzenia jako pierwsze mają kontakt z przeszkodą, co pozwala na jak najszybsze uruchomienie poduszek powietrznych [13].

W przypadku aut terenowych wykorzystywanych do ekstremalnych warunków, które są poddawane większemu ryzyku uszkodzeń zwykle zderzaki z tworzyw sztucznych zniszczyłyby się na każdym kroku. Koszty przeznaczone na naprawę lub wymianę komponentów zderzaków byłyby zbyt wysokie. Dlatego stosuje się specjalne metalowe zamienniki o większej wytrzymałości i dłuższym cyklu życia, które są montowane do ramy pojazdu. Zastosowanie ich poprawia bezpieczeństwo, ogranicza koszty oraz umożliwia zamontowanie dodatkowych komponentów zwiększających jego funkcjonalność. Aby zderzaki nadawały się do jazdy w off-roadzie muszą posiadać specjalną geometrię i spełniać odpowiednie kryteria: wysoki prześwit, wysoki próg, ostre kąty natarcia i zejścia. Dodatkowo mogą być wyposażone w wyciągarkę, uchwyty na szkle, otwory na podnośnik do aut terenowych "high-lift", reflektory halogenowe drogowe, reflektory przeciwmgielne, światła do jazdy dziennej, dodatkowe orurowanie typu "bull-bar" lub "delta" [14, 15].

Zgodnie z normą PN-87/S-48030 [10] odnoszącą się do badania urządzeń zabezpieczających pojazd podczas zderzenia przy małej prędkości, zderzak poddaje się uderzeniom spowodowanym przez bijak umieszczonym na wózku lub wahadle. Norma przewiduje wymagane parametry, wymiary bijaka oraz warunki przeprowadzenia doświadczenia. Uderzenia powinny być wymierzone w przód samochodu oraz naroża symulujące zderzenie z innym pojazdem mechanicznym lub przeszkodą, dzięki czemu występuje możliwość sprawdzenia jego zabezpieczeń. Po badaniu zderzeniowym stan



pojazdu powinien umożliwiać jego prawidłowe funkcjonowanie, a elementy nie powinny się rozregulować lub uszkodzić.

Powołując się na normę PN-86/S-48015 [11], która dotyczy określenia niezbędnych wymagań i badania odporności nadwozia na różnokierunkowe uderzenia należy sprawdzić wymagania bezpieczeństwa biernego samochodu osobowego. Norma przewiduje warunki przeprowadzenia badania i wymagane parametry. Z jej pomocą nadwozie poddaje się zderzeniom z różnych kierunków o ustalonej sile i prędkości, a następnie bada się odkształcenia. Konstrukcja pojazdu powinna wyeliminować możliwość poważniejszego zranienia się osób znajdujących się w pomieszczeniu pasażerskim lub wystąpienia urazów, umożliwić opuszczenie auta bez użycia narzędzi oraz zapewniać bezpieczeństwo podczas kolizji.

Zgodnie z normą PN-S-48051 [12] odnoszącą się do badania budowy zewnętrznej nadwozia samochodu osobowego należy sprawdzić czy występuje ryzyko uszkodzenia ciała człowieka. Doświadczenie polega na ustawieniu samochodu na płaskiej powierzchni, wyznaczeniu umownej linii podłogi, a następnie zmierzeniu wysokości wystających części i porównaniu z określonymi wymaganiami. Niezwykle istotna jest geometria, ponieważ zaprojektowany zderzak nie powinien posiadać elementów ostro zakończonych, które ze względu na kształt, wymiary i twardość nie powinny być zdolne do zwiększenia ryzyka wystąpienia urazów lub zranień przez nadwozie podczas zderzenia. Szczegółowe wytyczne normy wymagają, aby boczne końce zderzaków były zagięte w sposób zmniejszający niebezpieczeństwo zaczepienia się o otaczające przedmioty, aby sztywne powierzchnie konturu zewnętrznego samochodu posiadały promień zaokrągleń 5 mm, a krawędzie elementów o wystęпах przekraczających 1,5 mm były stępione [1].

## **2. Charakterystyka zderzaka oraz materiały wykorzystywane do jego produkcji**

### **2.1 Geometria zderzaka**

Dotychczasowe badania pokazują, że podczas projektowania zderzaków aut terenowych trzeba zadbać o wysoki prześwit. Występują dwa rodzaje prześwitów. Pierwszy rodzaj to prześwit poprzeczny zdefiniowany jako odległość od poziomu jezdni do najniżej położonego punktu samochodu znajdującego się pomiędzy kołami na określonej osi. Auto terenowe posiadające niezależne zawieszenie, które dobrze radzi sobie w jeździe na koleinach posiada zmienny prześwit poprzeczny i jest on zazwyczaj większy, niż w przypadku zastosowania zawieszenia zależnego (sztywnego), który jest przystosowany do dynamicznej jazdy po nierównościach. Drugi rodzaj to prześwit podłużny oznaczający odległość pomiędzy podłożem, a najniżej położonym elementem podwozia samochodu znajdującego się pomiędzy osiami pojazdu (wyłączając udział kół i elementów powiązanych). W większości przypadków jego wysokość jest większa od prześwitu poprzecznego, ale zależy od warunków jazdy i łącznego obciążenia pojazdu. Oba są bardzo ważne, ponieważ prześwit podłużny umożliwia pokonanie przeszkody poprzecznej, natomiast prześwit poprzeczny pozwala przejechać przez przeszkodę podłużną. Parametr prześwitu decyduje o zdolności pojazdu do pokonywania różnego rodzaju przeszkód w terenie jak na przykład nierówności, kolein, skał, wyrastających korzeni drzew, bagien oraz tych wszystkich miejsc, w których może dojść do uszkodzenia auta. Zderzak jako najbardziej wysunięty element z przodu i tyłu jako pierwszy stoi na przeszkodzie. W przypadku pojazdów osobowych prześwit wynosi od około 10 do 20 cm. Natomiast w przypadku aut terenowych jest większy i powinien wynosić co najmniej 20 cm.

Kolejnym czynnikiem wpływającym na geometrię zderzaków jest kąt natarcia zwany też najazdowym oraz kąt zejścia. Są to kąty pomiędzy powierzchnią jezdni, a styczną do kół, przechodzącą przez obrys dolnej części nadwozia. Jako podstawowe wielkości geometryczne pojazdu w przypadku aut terenowych określają jego zdolność do pokonania wzniesienia lub dołu o określonej pochyłości nawierzchni. Zatem określają pod jakim maksymalnym kątem nachylenia terenu wjedzie oraz zjedzie auto nie uszkadzając zderzaka. Oba kąty można stosować zamiennie, ponieważ zależą od kierunku jazdy pojazdu (ruch do przodu lub do tyłu) oraz od ukształtowania terenu (auto wjeżdża lub zjeżdża ze wzniesienia). Parametr ten jest uzależniony wyłącznie od budowy pojazdu, a szczególnie od geometrii ukształtowania zderzaka, jego umiejscowienia oraz czy jest zaopatrzone w dodatkowe elementy, jak na

przykład wyciągarke, orurowania samochodu, występowania osłony pod silnikiem lub wyposażenia auta w resory piórowe. Natomiast, gdy pojazd jest wyposażony w hak holowniczy, to skutkuje zmniejszeniem się kąta zejścia. Niektóre modele zderzaków aut terenowych posiadają specjalną konstrukcję, która pozwala na poprawienie własności terenowych przez zwiększenie kątów natarcia i zejścia, które są kluczowymi parametrami w określeniu możliwości auta pod względem podjazdu lub zjazdu ze stromego zbocza. Typowymi wartościami kąta natarcia jest 45-60 stopni, a zejścia 35-50 stopni w przypadku samochodów terenowych. Zderzaki nie są seryjnie montowane we wszystkich modelach, ponieważ przedni zderzak waży przeważnie pomiędzy 60 - 100 kg, a tylny około 45 kg. Wyjątkiem jest Hummer H1 posiadający kąt wejścia równy 72 stopnie, a przy zdemontowaniu przedniego zderzaka wynosi 90 stopni, dzięki czemu nie posiada ograniczeń w postaci wysokości progu.

Następnym parametrem jest wysokość progu, czyli maksymalnej wysokości przeszkody pionowej, którą pojazd jest w stanie pokonać, stykając się z nią wyłącznie kołami, nie uszkadzając przy tym żadnego z komponentów. Określa on odległość od nawierzchni do najniższego punktu samochodu umieszczonego przed przednimi kołami. Definicją jest bardzo podobny do prześwitu, ale mierząc od kół do obrysu pojazdu, z czego wynika, że wysokość progu zderzaka musi być nie mniejsza niż prześwit auta terenowego. Wartość wysokości progu uzupełnia informację na temat kąta natarcia i zejścia, ponieważ samochody o takim samym kącie wejścia mogą posiadać różne wysokości progów o czym świadczy przykład Hummer H1 [15].

Ponadstandardowym wyposażeniem metalowego zderzaka jest zaopatrzenie go w dodatkowe orurowanie, które może występować w dwóch wersjach. Częściowe zabezpieczenie typu delta chroniące jedynie osłonę chłodnicy lub pełne, z tak zwanym "bull-barem", które osłania dodatkowo światła. Obecność którejkolwiek z wersji zapewni bezpieczeństwo wyższym partiom pojazdu w przypadku różnego rodzaju przeszkód w terenie jak na przykład wysokich krzewów lub drzew. Natomiast dodatkowym wyposażeniem tylnego zderzaka jest specjalny stelaż o konkretnej konstrukcji wyposażony w ramię na zawiasie umożliwiające zamocowanie do niego zapasowego koła o dowolnym rozmiarze, które może być łatwo odsunięte, aby odblokować dostęp do bagażnika. Takie rozwiązanie powoduje, że zawiasy klapy bagażnika są odciążone, a uchwyt ramienia jest zablokowany specjalną klamrą uniemożliwiającą samoczynne otwarcie się. Niektóre pojazdy terenowe są również wyposażone w wyciągarke, która jest z reguły przymocowana bezpośrednio do ramy samochodu, co może skutkować ograniczonym dostępem do jej użytkowania. Drugą

możliwością jest jej pośrednie podłączenie poprzez zderzak, dzięki czemu można jeszcze bardziej zwiększyć kąt natarcia, co również umożliwia bezproblemowy dostęp i obsługę w trudnych warunkach terenowych. Obecnie produkowane wyciągarki posiadają znormalizowany rozstaw śrub do ich zamontowania wynoszący 254 x 114 mm. Wynika z tego, że przedni zderzak powinien być przystosowany pod zamontowanie wyciągarki, która umożliwi wydostanie się z trudnego terenu. Dlatego musi on posiadać specjalną stabilną konstrukcję umożliwiającą wciągnięcie całego auta wraz z działającymi na niego siłami oporu. Minimalny bezpieczny udźwig wyciągarki powinien osiągnąć półtorakrotność lub dwukrotność masy auta, z czego wynika że działają na nią duże siły przy małym polu powierzchni. Wskazane jest, aby blacha do której zostanie przykręcona wyciągarka była wytrzymała, stąd stosuje się blachę o minimalnej grubości równej 6 mm. Na każdym zderzaku powinny znajdować się po co najmniej dwa elementy pełniące funkcję łączników, które mogą być użyte do wyciągnięcia samochodu, holowania jak na przykład zaczepy holownicze, uchwyty na szkle lub hak zaczepienia wyciągarki, które muszą wytrzymać nacisk od 3,5 tony i być odpowiednio zabezpieczone przed warunkami atmosferycznymi. Geometria zderzaka powinna posiadać specjalne otwory na oświetlenie, na przykład być przystosowana pod zamontowanie reflektorów halogenowych drogowych, reflektorów przeciwmgielnych, świateł do jazdy dziennej, bądź oświetlenia akcesoryjnego niezbędnego do nocnych wypraw terenowych. Dodatkowo musi posiadać otwory pod użycie podnośnika do aut terenowych "high-lift". Geometria powinna zapobiec przesuwaniu się podnośnika oraz dać możliwość umiejscowienia go w skrajnych punktach. Co w rezultacie pozwoli na bezpieczne podnoszenie pojazdu, nawet na nierównym podłożu. Ilość ponadstandardowego wyposażenia, które jest możliwe do zaimplementowania w zderzaku znacznie zwiększa jego funkcjonalność i wielozadaniowość. Równocześnie nie zmniejsza jej bazowego założenia, którym jest ochrona przedniej części nadwozia [14].

## 2.2 Materiały

Analizując rolę metalowych zderzaków aut terenowych, można stwierdzić, że muszą one spełniać określone założenia i wymagania. Najważniejszym wymaganiem jest niezawodność i trwałość, którą może zagwarantować odpowiednio wybrany materiał. Ważny aspekt odgrywa masa, która powinna być jak najmniejsza, a właściwości technologiczne zderzaka powinny być zachowane. Podczas wybierania odpowiedniego surowca istotne są walory estetyczne, dlatego należy zadbać o końcowy wygląd po zamontowaniu do belki podwozia.

Jednym z dwóch najczęściej używanych materiałów do produkcji jest stal. Niestety przez bardzo częste wystawianie zderzaka na działanie różnych warunków atmosferycznych podatność na korodowanie jest bardzo wysoka. Niweluje się ją używając stali stopowe, które są droższe lub za pomocą kolejnych procesów technologicznych, jak na przykład cynkowanie i malowaniu proszkowym, którym jest poddawana powierzchnia zderzaka. Wybór stali spowodowany jest dobrymi właściwościami wytrzymałościowymi oraz lepszą niż stopy aluminium absorpcją energii w przypadku zderzenia, dzięki wyższej granicy plastyczności. Cechuje się dużą odpornością na uszkodzenia mechaniczne, jest prosta w obróbce, posiada wysoką wytrzymałość na rozciąganie oraz ewentualna naprawa nie należy do trudnych i kosztownych inwestycji. Cena stali jest niska, a procesy technologiczne, którym jest poddawana należą do szeroko i często stosowanych. W przypadku zderzaka proces wykonania również nie należy do skomplikowanych. Głównymi wadami, przez które rozpatruje się inne materiały niż stal jest jej niska plastyczność oraz wysoka gęstość wynosząca  $7,85 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ , która bezpośrednio wpływa na ostateczną masę konstrukcji.

Drugim najczęściej stosowanym materiałem są stopy metali lekkich, a dokładnie aluminium. Nie wykorzystuje się czystej postaci tego surowca, ze względu na zbyt wysoką plastyczność i podatność na uszkodzenia. Dlatego łączy się je dodając dodatki stopowe zmieniające finalne właściwości materiału. Zaletami aluminium, dzięki którym jest wykorzystywana do budowy elementów narażonych na działanie warunków atmosferycznych jest większa elastyczność, dzięki niższej granicy plastyczności oraz częściowa odporność na korozję. Dodatkowo cechuje się dobrymi właściwościami wytrzymałościowymi oraz niską masą względem stali, wynikającą z około trzykrotnie mniejszej gęstości, która wynosi  $2,7 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ . W przypadku użycia stopów aluminium do budowy zderzaka, trzeba zastosować większą grubość elementów, aby skompensować mniejszą wytrzymałość na rozciąganie. Jest to równoznaczne ze zwiększeniem się ceny materiału, która względem stali jest dwukrotnie

większa. Dodatkową trudnością przy przetwarzaniu są cięższe do spełnienia wymagania dotyczące warunków spawania oraz obróbki, które mogą być kosztowne w przypadku ewentualnej naprawy zderzaka.

Podsumowując zalecane i najczęściej stosowane jest, aby zderzaki aut terenowych były wykonywane ze stali, pomimo, że nie posiadają odporności na korozję i posiadają większy ciężar. Plusami jej wykorzystywania jest o wiele niższy koszt oraz większa wytrzymałość zmęczeniowa w porównaniu do aluminium, która osiąga najgorsze wyniki wzdłuż złącz spawanych [2, 3, 16].

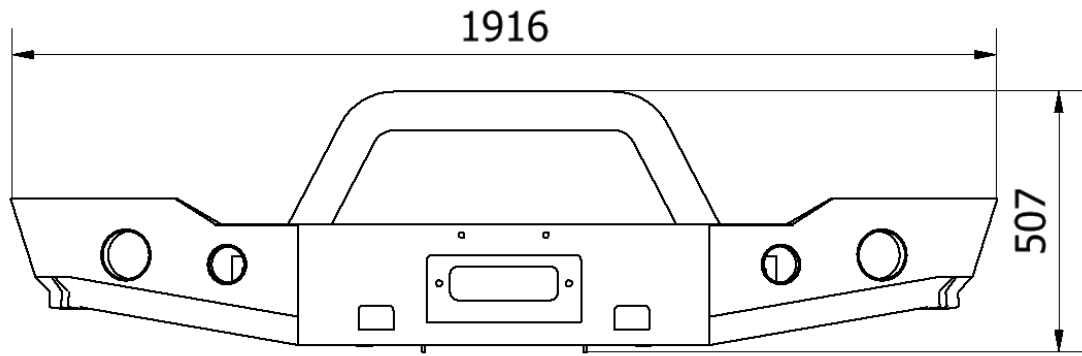
### **2.3 Proces tworzenia zderzaka**

Proces produkcji zderzaka rozpoczyna się od wycinania odpowiednich kształtów na arkuszu blachy, którego wymogiem oprócz jakości wykonania jest użyty materiał. Grubość w przypadku stali powinna wynosić 3 - 4 mm, ponieważ zbyt cienkie nie spełnią wymagań wytrzymałościowych, a zbyt grube znacząco zwiększą masę. Natomiast do elementów silnie obciążonych jak na przykład blacha pod wyciągarkę czy uchwyty pod szkle zalecane jest stosowanie blachy o minimalnej grubości 6 mm. Jedną z metod jest cięcie strumieniem wody pod wysokim ciśnieniem wynoszącym około 4000 bar z drobnoziarnistym materiałem ściernym. Zaletą tej metody jest nieograniczona głębokość skrawania materiału oraz brak oddziaływania termicznego przy cięciu, dzięki czemu nie występują naprężenia i odkształcenia gotowego wyrobu. Wadą jest mała szybkość procesu cięcia oraz gorsza końcowa jakość powierzchni stąd tą metodę wykorzystuje się do procesów jednostkowych. Do produkcji masowej wykorzystuje się cięcie laserowe, które jako proces cieplny polega na rozerwaniu spójności materiału poprzez topienie obrabianego przedmiotu z pomocą skoncentrowanej wiązki laserowej. Zaletą tej metody jest bardzo wysoka dokładność obrobionej powierzchni przy wysokiej prędkości cięcia oraz możliwość bezobsługowego przebiegu produkcji co zmniejsza koszty wymienionej metody. Następnie wycięta blacha jest gięta na prasie krawędziowej, dzięki której jest jej nadawany pożądany kształt o dużej powtarzalności wyrobów. Kolejnym krokiem jest zespawanie wszystkich elementów, które odbywa się na automatycznych urządzeniach, gwarantujące precyzyjne wykonanie produktu. Wykorzystywane są metody TIG, ze względu na uniwersalność oraz dobre wtopienie się, dzięki czemu jest zmniejszona ilość szlifowania, oraz metoda MIG/MAG dzięki dużej wydajności, uniwersalności i jakości spawu. Następnie odbywa się proces śrutowania polegający na oczyszczeniu elementów zderzaka z pomocą materiałów posiadających

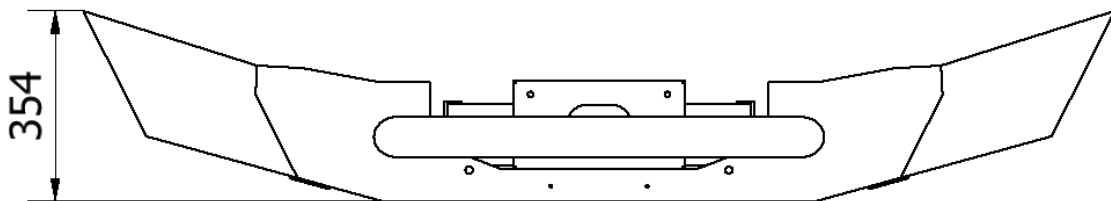
wysokie właściwości ścierne, co w efekcie pozostawia lekką chropowatość powierzchni, która stanowi bazę do dalszego pokrywania nowymi powłokami ochronnymi, które charakteryzują się lepszą przyczepnością.

Kolejnym krokiem jest cynkowanie czyli proces zabezpieczający zderzak przed powstawaniem korozji, które najczęściej występuje pod dwoma postaciami. Powierzchnia po cynkowaniu galwanicznym (elektrolitycznym) posiada bardzo cienką powłokę o gładkiej i jednolitej strukturze, ale uzyskane zabezpieczenie antykorozyjne jest mniej trwałe niż w przypadku drugiej opcji jaką jest cynkowanie ogniowe. Metoda ogniowa polega na zanurzeniu przygotowanego zderzaka do rozgrzanego do około 450 - 500 stopni cynku, co skutkuje wytworzeniem się grubej warstwy zarówno na zewnątrz jak i wewnątrz wyrobu gwarantującej wysoką trwałość. Dzięki temu ochrona przed korozją jest zapewniona nawet na 50 lat oraz uodparnia powierzchnię na uderzenia oraz działanie tarcia. Często wykonywanym zabiegiem po cynkowaniu jest malowanie proszkowe, które musi być poprzedzone fosforanowaniem, czyli procesem pozwalającym pozbyć się z przestrzeni poddanej obróbce zanieczyszczeń, która maksymalizuje przyczepność powłoki lakierniczej. W rezultacie otrzymany produkt posiada jeszcze lepiej zabezpieczoną powierzchnię przed korozją oraz występuje możliwość polepszenia jej walorów estetycznych, ponieważ można uzyskać praktycznie dowolny kolor i teksturę [4, 16].

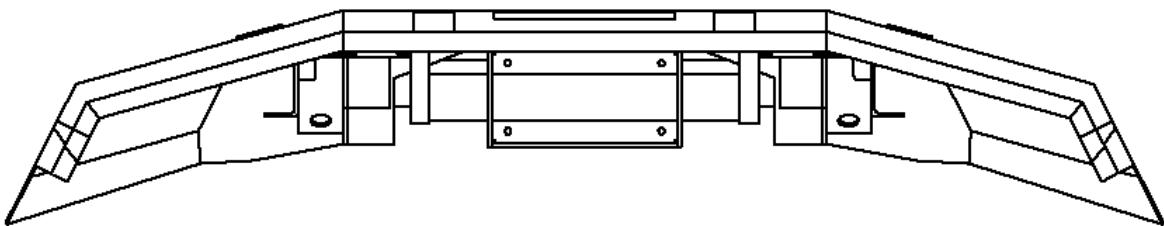
Do zaprojektowania modelu zderzaka został użyty program Inventor Studio 2020, który pełnił rolę oprogramowania typu CAD. Program pozwala na stworzenie każdej części osobno (format .ITP), złożenie wszystkich elementów w jedną całość (.IAM) oraz wykonanie późniejszej dokumentacji 2D (.IDW). Zaletą programu jest wbudowana biblioteka części, dzięki której możliwe jest pobieranie gotowych elementów konstrukcyjnych i dostosowanie ich pod względem rozmiaru i funkcjonalności. Wszystkie wymiary zostały wykonane na fizycznym zderzaku Wranglera Sahary Unlimited, którego geometria była na tyle skomplikowana, że niektóre z nich mogą odbiegać od rzeczywistych. Na poniższych rysunkach (2.3.1 - 2.3.4) przedstawiono wygląd zaprojektowanego zderzaka z wymiarami gabarytowymi:



*Rysunek 2.3.1 Rzut modelu zderzaka z przodu.*



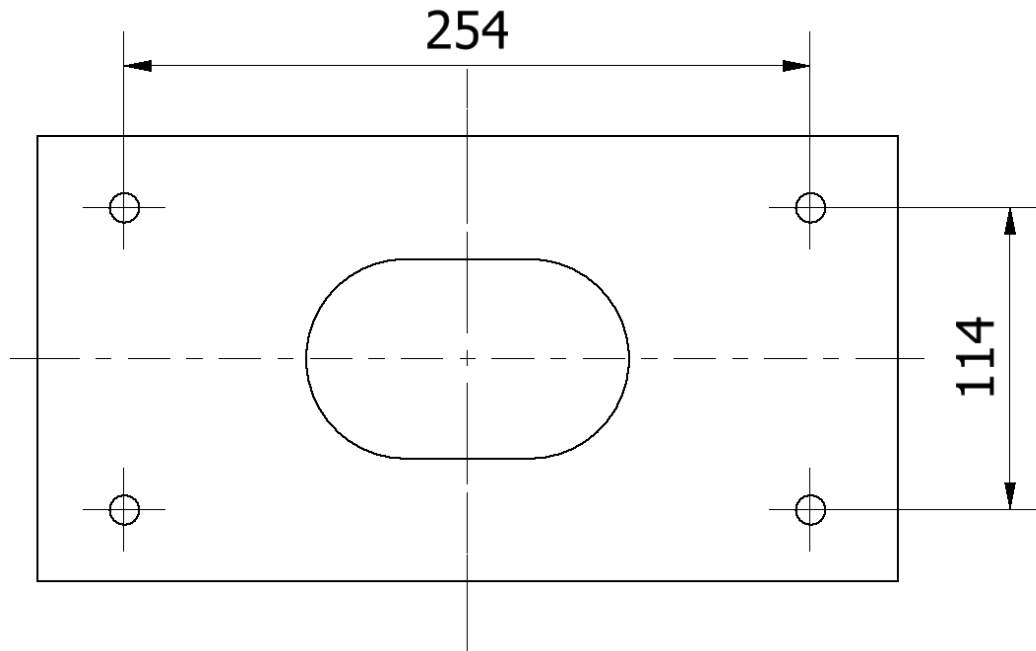
*Rysunek 2.3.2 Rzut modelu zderzaka z góry.*



*Rysunek 2.3.3 Rzut modelu zderzaka od dołu.*



Została również wykonana podstawa pod wyciągarke z blachy o grubości 6 mm, aby wytrzymała określone obciążenie. Rozstaw śrub został zaprojektowany tak, aby każda znormalizowana wyciągarke mogła zostać przymocowana i wynosi odpowiednio 254 x 114 mm.



*Rysunek 2.3.4 Rzut modelu podstawy pod wyciągarke z góry.*

### 3. Wprowadzenie do zagadnień wytrzymałościowych

Dyscyplina nauki jaką jest wytrzymałość materiałów znana również pod nazwami mechanika materiałów, mechanika ciała stałego, mechanika ciał odkształcalnych zajmuje się badaniem sił wewnętrznych występujących w ciałach. Uwzględnia również ustalenie zależności występujących pomiędzy odkształceniem obiektu, a działającymi siłami zewnętrznymi. Wspomniane zależności umożliwiają obliczyć reakcje w układach, gdzie równania statyki ciała doskonale sztywnego nie są wystarczalne. Celem wytrzymałości materiałów jest określenie czy konstrukcja wytrzyma działanie sił wewnętrznych na tyle, aby nie wystąpiły jakiegokolwiek uszkodzenia spowodowane obciążeniem obiektu pod wpływem wcześniej zadanych sił na określonym obszarze. Analizując siły wewnętrzne istniejące w materiałach stosowanych w technice można ustalić odkształcenia konstrukcji ciała stałego i zaprojektować ją tak, aby w poszczególnych punktach brył nie osiągały zbyt dużych wartości, co mogłoby skutkować deformacją lub zniszczeniem obiektu. Określając odkształcenia można ustalić rodzaj i wielkość występujących sił wewnętrznych w dowolnym punkcie ciała, a szczególnie w tych, w których siły osiągają największe wartości. Na ich podstawie należy podjąć decyzję czy element posiada odpowiednią wytrzymałość i czy może zostać dopuszczony do produkcji. Inżynier powinien dążyć do osiągnięcia kompromisu pomiędzy prostotą geometrii konstrukcji, jej grubością, funkcjonalnością, a parametrami wytrzymałościowymi, na tyle aby osiągnąć określone założenia konstrukcyjne [5, 6].

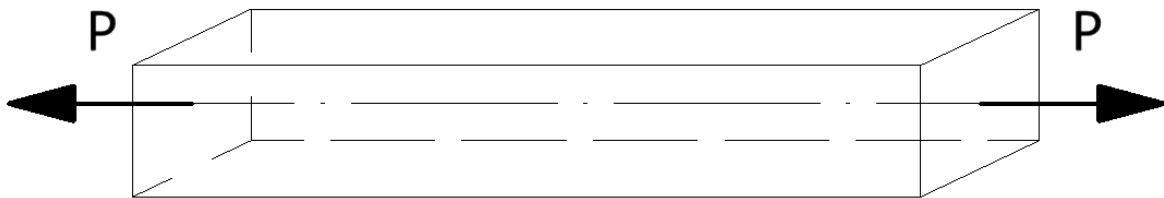
#### 3.1 Naprężenia

Rozpatrując układ, w którym zostanie wyznaczona wypadkowa siła spójności  $F$  działająca w określonym przekroju, równoważąca istniejące siły to nie ma możliwości określenia w jakim stopniu ta wielkość wpływa na wartości sił występujących w danym miejscu określonego przekroju. Możliwe jest, że siły międzycząsteczkowe znajdujące się w różnych punktach ciała będą posiadały bardzo zróżnicowane wyniki względem innych.

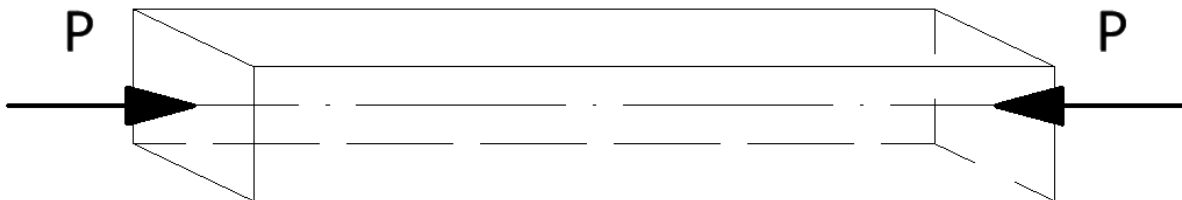
Natomiast rozpatrując nieskończenie małe pole przekroju  $dF$ , którego wypadkowa sił międzycząsteczkowych w układzie będzie równa  $dP$ , to iloraz parametru  $dP$  do pola  $dF$  będzie można określić jako naprężenie  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{dP}{dF} \quad (3.1.1)$$

Podczas rozpoznawania typu obciążenia w wytrzymałości materiałów należy zwrócić uwagę na miejsce, w którym zostały przyłożone siły zewnętrzne. Rozpatrując prosty przypadek stanu obciążeń można sklasyfikować: rozciąganie lub ściskanie, zginanie i skręcanie. W przypadku wystąpienia kilku rodzajów naraz, mamy do czynienia z złożonym stanem naprężeń. Rozciąganie lub ściskanie powstaje w wypadku wystąpienia dwóch takich samych sił co do wartości, przeciwnie względem siebie skierowanych, które działają wzdłuż osi pręta (rysunek 3.1.1, rysunek 3.1.2). Pręt jest to ciało, którego główny wymiar (długość) jest znacznie większa względem pozostałych wymiarów poprzecznych. Środek ciężkości znajduje się w połowie długości pręta, a jego oś symetrii jest wyznaczona przez środek geometryczny przekroju poprzecznego. Wyjaśnione określenia rozciągania i ściskania występują w przypadku prętów prostych, których oś symetrii jest linią prostą.

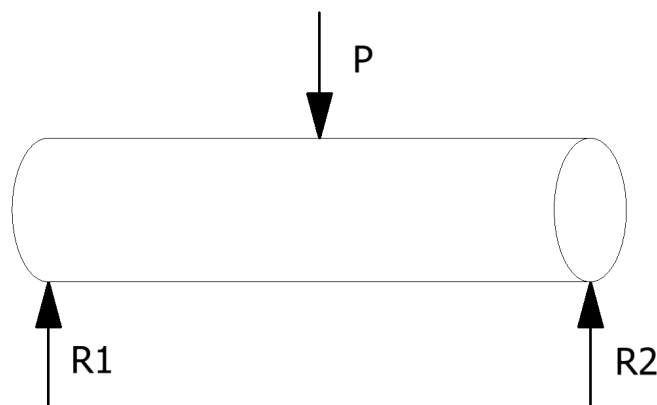


*Rysunek 3.1.1 Rozciąganie pręta o przekroju prostokątnym.*



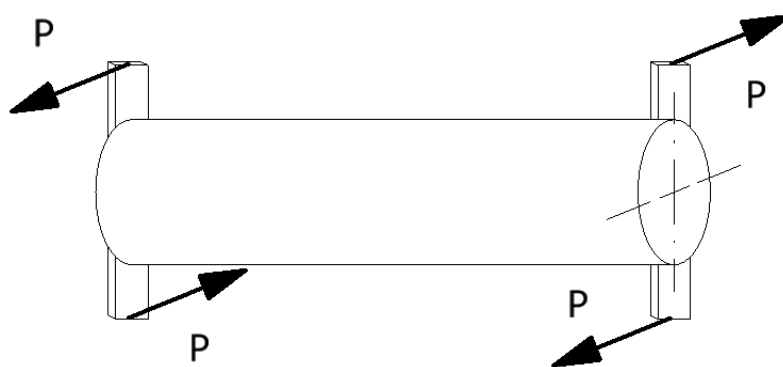
*Rysunek 3.1.2 Ściskanie pręta o przekroju prostokątnym.*

Kolejnym przypadkiem obciążenia jest zginanie, które powstaje gdy siły obciążające lub ich składowe są skierowane prostopadłe do osi pręta. Linie działania muszą być oddalone od siebie o daną odległość i znajdować się w tej samej płaszczyźnie, w której znajduje się oś pręta (rysunek 3.1.3).



*Rysunek 3.1.3 Zginanie pręta o przekroju kołowym.*

Ostatnim prostym przypadkiem obciążenia jest skręcanie. Występuje w przypadku wystąpienia dwóch par sił działających w dwóch różnych płaszczyznach, które muszą działać prostopadłe do osi pręta (rysunek 3.1.4).



*Rysunek 3.1.4 Skręcanie pręta o przekroju kołowym.*

Najczęściej stosowaną hipotezą wytrzymałościową w przypadku stali jest ta stworzona przez Hubera von Misesa (hipoteza HMM), dzięki której można wyznaczyć maksymalne naprężenia zredukowane w określonym obiekcie. Używając naprężenia zredukowanego jest możliwe opisanie trójosiowego stanu naprężenia i określenie jego konkretnej wartości w zależności od aktualnie zastosowanej hipotezy. Następnie należy

ocenić otrzymany wynik porównując go z własnościami wytrzymałościowymi materiału, na przykład wytrzymałością na rozciąganie lub naprężeniem zrywającym. Po przekroczeniu granicznej wartości naprężenia materiał zaczyna płynąć, a stosując hipotezę von Misesa jest możliwość określenia tej wielkości za pomocą zależności [5, 6]:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (3.1.2)$$

### 3.2 Prawo Hooke'a

Koncepcję działania naprężenia i odkształcenia zauważył Robert Hooke, który obserwując statyczne rozciąganie prętów pryzmatycznych wykonanych z różnych materiałów stwierdził, że zachodzi między nimi pewna zależność. Mianowicie, że bezwzględne wydłużenie pryzmatycznego pręta jest wprost proporcjonalne do przyłożonej siły oraz długości i odwrotnie proporcjonalne do jego pola przekroju poprzecznego. Wielkość  $E$  pełni rolę współczynnika proporcjonalności (stała materiałowa) i nazywany jest modułem Younga.

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (3.2.1)$$

gdzie:  $\Delta l$  - wydłużenie pręta,  $N$  - siła rozciągająca,  $l$  - długość początkowa pręta,  $E$  - moduł Younga,  $A$  - pole przekroju poprzecznego.

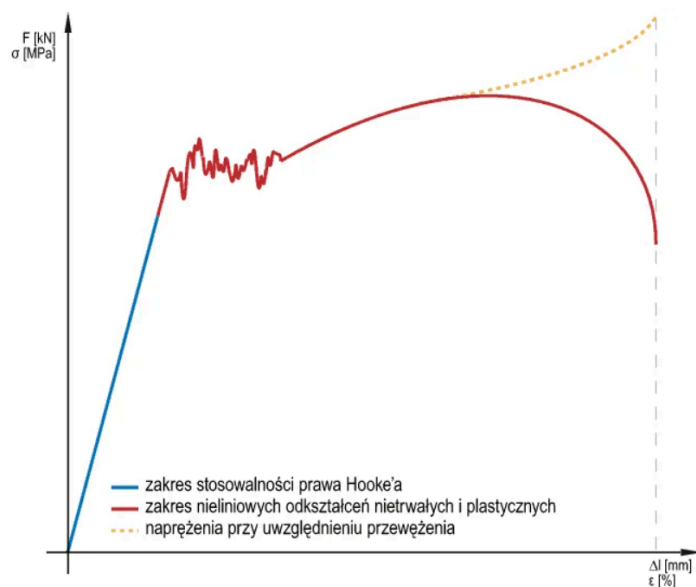
Moduł Younga nazywany modułem odkształcalności liniowej lub sprężystości podłużnej jest fizyczną stałą materiałową, która określa sprężystość materiału przy ściskaniu i rozciąganiu, a wyznaczana jest doświadczalnie w zakresie odkształceń sprężystych. Jednostką jest  $[N/m^2]$  i przykładowo dla stali wynosi  $E = 2,1 \cdot 10^5$  [MPa] [5, 6, 18].

Wywnioskował również, że odkształcenie ciała, na które działa siła jest proporcjonalne do jej wartości, a stosunek naprężenia (powstałego z przyłożonej siły) do odkształcenia jest nazywane współczynnikiem sprężystości podłużnej materiału (moduł Younga). Twierdzenie to opisuje zależność:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.2.2)$$

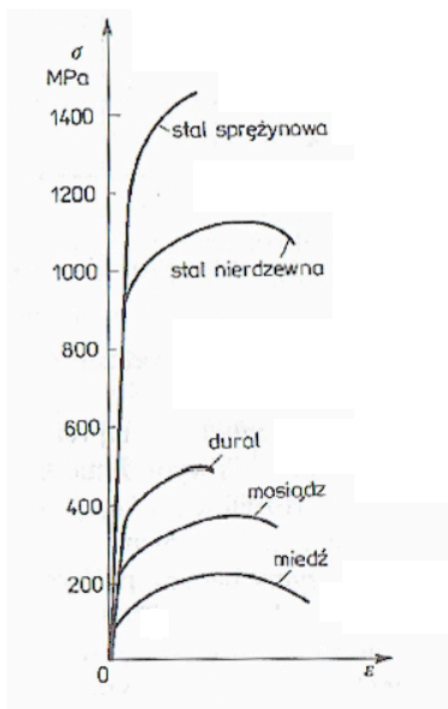
gdzie:  $\sigma$  - naprężenie,  $E$  - moduł Younga,  $\varepsilon$  - odkształcenie.

Wyżej wymieniona zależność zachodzi wyłącznie w przypadku małych wartości odkształceń, które nie przekraczają granicy proporcjonalności materiału (tzw. granicy Hooke'a). Dla stali wykres naprężenia od odkształcenia wygląda następująco:



Rysunek 3.2.1 Zależność naprężenia od odkształcenia [18].

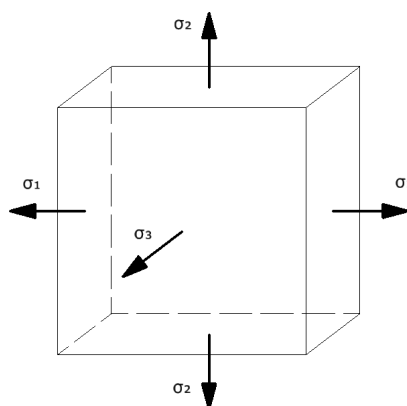
Należy zauważyć, że zależność naprężenia od odkształcenia w różnych materiałach przebiega inaczej, co ilustruje poniższy wykres:



Rysunek 3.2.2 Wykres rozciągania niektórych materiałów [18].

### 3.3 Uogólnione prawo Hooke'a w przestrzeni trójwymiarowej

Analizę trójosiowego stanu naprężeń i odkształceń można przeprowadzić na podstawie prawa Hooke'a dla stanu jednoosiowego wykorzystując dodatkowo współczynnik Poissona oraz związki pomiędzy naprężeniami ścinającymi, a kątami odkształcenia postaciowego. Rozpatrywany obiekt musi być stworzony z liniowo sprężystego materiału izotropowego. Używając metodę superpozycji i rozważając siły działające na ścianę elementarnego prostopadłościanu obciążonego naprężeniami głównymi  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$  można wyprowadzić zależności odkształceń wzdłużnych elementarnej kostki sześcienniej w trzech kierunkach kartezjańskiego układu współrzędnych. Należy zauważyć, że każda z składowych odkształcenia głównego powstaje podczas działania naprężenia normalnego w kierunku tego odkształcenia i dwóch normalnych naprężeń bocznych, skierowanych prostopadle względem siebie, wywołanych efektem Poissona [5, 6].



Rysunek 3.3.1 Naprężenia główne działające na elementarną kostkę sześcienną [5].

W przypadku wystąpienia tylko jednego naprężenia  $\sigma_1$  odkształcenia względne prezentowałyby się następująco:

$$\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon'_2 = -\nu \varepsilon'_1 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon'_3 = -\nu \varepsilon'_1 = -\nu \frac{\sigma_1}{E} \quad (3.3.1)$$

Rozważając wystąpienie tylko naprężenia  $\sigma_2$ :

$$\varepsilon''_1 = -\nu \varepsilon''_2 = -\nu \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon''_2 = \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon''_3 = -\nu \varepsilon''_2 = -\nu \frac{\sigma_2}{E} \quad (3.3.2)$$

Natomiast dla naprężenia  $\sigma_3$ :

$$\varepsilon'''_1 = -\nu \varepsilon'''_3 = -\nu \frac{\sigma_3}{E}, \quad \varepsilon'''_2 = -\nu \varepsilon'''_3 = -\nu \frac{\sigma_3}{E}, \quad \varepsilon'''_3 = \frac{\sigma_3}{E} \quad (3.3.3)$$

Biorąc pod uwagę sumę wszystkich odkształceń względnych kostki w trójosiowym stanie naprężenia w określonym kierunku kartezjańskiego układu współrzędnych  $x, y, z$  to można przedstawić ją zależnościami:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)], \quad (3.3.4)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_3}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)], \quad (3.3.5)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \quad (3.3.6)$$

Przekształcając powyższy układ równań wyznaczając naprężenia główne to odpowiednio otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\varepsilon_1 + \nu(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)], \quad (3.3.7)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\varepsilon_2 + \nu(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)], \quad (3.3.8)$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\varepsilon_3 + \nu(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)], \quad (3.3.9)$$



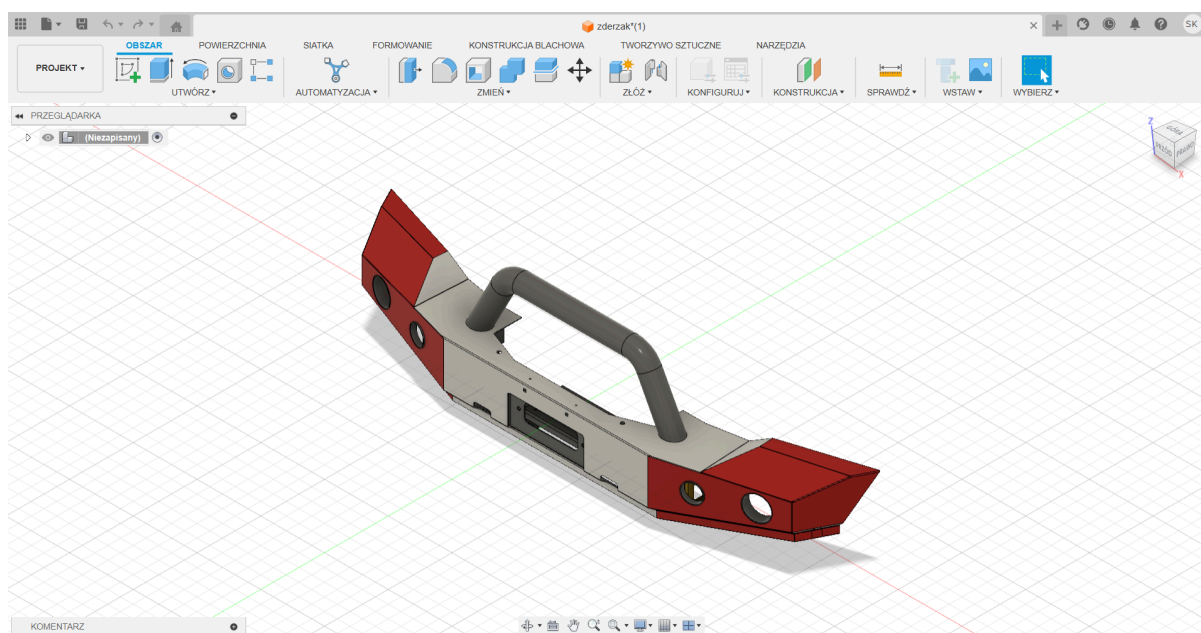
## 4. Metoda elementów skończonych

### 4.1 Opis metody i zastosowanie

Metoda elementów skończonych (MES, ang. FEM - Finite Element Method) jest numeryczną metodą stosowaną do rozwiązywania problemów inżynierskich oraz rozwiązywania matematycznych problemów w fizyce. Najczęściej jest używana w przypadku analizy skomplikowanych geometrycznie modeli wyprodukowanych z materiałów o różnych właściwościach fizycznych, o złożonym stanie obciążenia i różnorodnych warunkach brzegowych. Celem jest osiągnięcie jak najdokładniejszych wyników w jak najkrótszym czasie. Zależy to od stopnia złożoności rozpatrywanego problemu oraz mocy obliczeniowej komputera. Im geometria jest bardziej skomplikowana, a siatka elementów skończonych posiada większą dokładność (co przekłada się na większą ilość węzłów), tym proces obliczeniowy trwa dłużej, ale rezultaty będą bardziej zgodne z rzeczywistością. Wyniki rozwiązania mogą zostać uzyskane w kilka sekund dla trywialnych problemów lub nawet kilka tygodni w przypadku bardzo złożonych obiektów. Jednym z najważniejszych etapów do analizy obiektu w MES jest zastosowanie dyskretyzacji układu ciągłego, który polega na podzieleniu układu jednorodnego na równoważny układ dyskretny składający się z mniejszych ciał nazywanych elementami skończonymi. Każdy z elementów jest połączony z sąsiednimi za pomocą wspólnych punktów (węzłów) i tylko tam na siebie oddziałują. Liczba węzłów jest uzależniona od liczby i typu elementów na jaką zostanie podzielona konstrukcja. Dyskretyzacji podlega cała konstrukcja, w tym obciążenia i warunki brzegowe. Z pomocą MES można przeanalizować:

- mechanikę konstrukcji (statykę, kinematykę, dynamikę, stateczność, optymalizację, plastyczność, pękanie, zmęczenie materiału),
- przepływ płynów, ciepła,
- akustykę,
- oddziaływania elektromagnetyczne, elektrostatyczne.

Do analizy metalowego zderzaka auta terenowego został wykorzystany program Fusion 360. W nim przeprowadzono symulację naprężenia statycznego i dynamiczną symulację zderzeń. Oprogramowanie pozwala na obliczanie i przechowywanie danych w chmurze, dzięki zewnętrznym dyskom producenta. Najważniejszymi funkcjami jakie zapewnia program Fusion 360 są: elastyczne programowanie CAD 3D, zintegrowane oprogramowanie CAD/CAM, ujednolicone projektowanie obwodów drukowanych, płynne symulacje 3D, eksploracyjne narzędzia do projektowania generatywnego, natychmiastowe zarządzanie danymi [7, 8, 9, 17].



Rysunek 4.1.1 Wygląd interfejsu Fusion 360 z wgranym modelem zderzaka.

## 4.2 Równania bazowe w metodzie elementów skończonych

W tym podrozdziale opisano procedurę metody elementu skończonego dla równania różniczkowego cząstkowego opisującego zagadnienie stacjonarne (niezależnego od czasu). Zastosowano w niej metodę residuów ważonych. Zagadnienia niestacjonarne (zależne od czasu) są opisane w licznej literaturze dotyczącej metody elementów skończonych [7,9].

Aby poprawnie przeanalizować obiekt w metodzie elementów skończonych należy całkowity obszar  $\Omega$  podzielić na elementy skończone. Następnie funkcję  $\varphi$  interpoluje się w każdym elemencie z pomocą zależności:

$$\hat{\varphi} = \sum_{i=1}^n N_i \varphi_i, \quad (4.2.1)$$

gdzie:  $\varphi_i$  - poszukiwane wartości funkcji  $\varphi$  w węzłach elementu,  $N_i$  - bazowe funkcje interpolacji,  $n$  - liczba węzłów w elemencie.

Bazowe funkcje są zbudowane w sposób umożliwiający zachowanie ciągłości funkcji pola  $\varphi$  na granicy sąsiadujących ze sobą elementów. Ponadto posiadają charakter lokalny, co oznacza, że poza swoim elementem skończonym przyjmują wartość równą zero. W celu uzyskania bazowego równania MES należy nawiązać do metody residuów ważonych, która prezentuje się następująco:

$$\begin{aligned} R &= \alpha(\hat{\varphi}) + f = \int_{\Omega} \alpha(\hat{\varphi}) w d\Omega + \int_{\Omega} f w d\Omega = \\ &= \int_{\Gamma_2} (\hat{q} - \bar{q}) w d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\hat{\varphi} - \bar{\varphi}) \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma, \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

gdzie:  $\varphi$  – funkcja interpolująca,  $\hat{q} = \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial n}$ .

Korzystając ze wzoru (4.2.2) trzeba zastosować metodę Galerkina, która umożliwia zastąpienie lokalnych funkcji wagowych na funkcje bazowe  $N_i$ . Następnie używając tego samego wzoru należy odseparować postać, która odpowiada funkcjom wagi  $N_i$  związanym z elementami nie przylegającymi do brzegu (tak zwanymi elementami wewnętrznymi), które prezentują się w następujący sposób:

$$\sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} f N_i d\Omega + \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} \alpha(\hat{\varphi}) N_i d\Omega = \sum_{e=1}^l \oint_{\Gamma^e} (\hat{q} - \bar{q}^e) N_i d\Gamma, \quad (4.2.3)$$

gdzie:  $\Omega^e$  - obszar elementu o numerze  $e$ ,  $\Gamma^e$  - brzeg elementu o numerze  $e$ ,  $l$  – liczba elementów, w których znajduje się węzeł  $i$ .

Należy zauważyć, że w powyższym wzorze (4.2.3) na brzegu elementu skończonego warunkiem brzegowym jest  $\bar{q}^e$ , które bezpośrednio wynika z wyznaczenia rozkładu funkcji  $\varphi$  w graniczących z nim elementami. Dodatkowo nie występuje składnik  $\int_{\Gamma_1} (\hat{\varphi} - \bar{\varphi}^e) \frac{\partial N_i}{\partial n} d\Gamma$ , ponieważ występuje ciągłość  $\varphi$  na granicy elementów, dzięki funkcji  $N_i$ .

Następnie, aby otrzymać równanie bazowe dla elementów wewnętrznych przekształcamy wzór (4.2.3) wykorzystując pierwszą formułę Greena:

$$\sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} f N_i d\Omega - \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} (\text{grad}\hat{\phi}\text{grad}N_i + k^2\hat{\phi}N_i) d\Omega = 0. \quad (4.2.4)$$

Gdy pochodna normalna po przejściu do sąsiedniego elementu zmieni znak to w powyższym wzorze całki  $\int_{\Gamma^e} \bar{q}^e d\Gamma$  zostaną zredukowane. Natomiast, gdy funkcja wagowa  $N_i$  jest związana z elementami przylegającymi do brzegu  $\Gamma_1(\Gamma_1^e)$  lub  $\Gamma_2(\Gamma_2^e)$ , to stosując metodę residuów ważonych postać równania będzie następująca:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} f N_i d\Omega + \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} \alpha(\hat{\phi}) N_i d\Omega = \\ & = \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_2^e} (\hat{q} - \bar{q}) N_i d\Gamma + \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_1^e} (\hat{\phi} - \bar{\phi}) \frac{\partial N_i}{\partial n} d\Gamma + \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_3^e} (\hat{q} - \bar{q}^e) N_i d\Gamma, \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

gdzie:  $\Gamma^e = \Gamma_1^e \cup \Gamma_2^e \cup \Gamma_3^e$ , a  $\Gamma_3^e$  jest częścią brzegu elementu, która nie przylega do brzegu rozpatrywanego obszaru.

Stosując formułę Greena do powyższego wzoru (4.2.5) otrzymuje się równanie bazowe dla elementów przylegających do brzegu:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} f N_i d\Omega - \sum_{e=1}^l \int_{\Omega^e} (\text{grad}\hat{\phi}\text{grad}N_i + k^2\hat{\phi}N_i) d\Omega + \\ & + \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_1^e} N_i \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} d\Gamma = - \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_2^e} \bar{q} N_i d\Gamma + \sum_{e=1}^l \int_{\Gamma_1^e} (\hat{\phi} - \bar{\phi}) \frac{\partial N_i}{\partial n} d\Gamma. \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

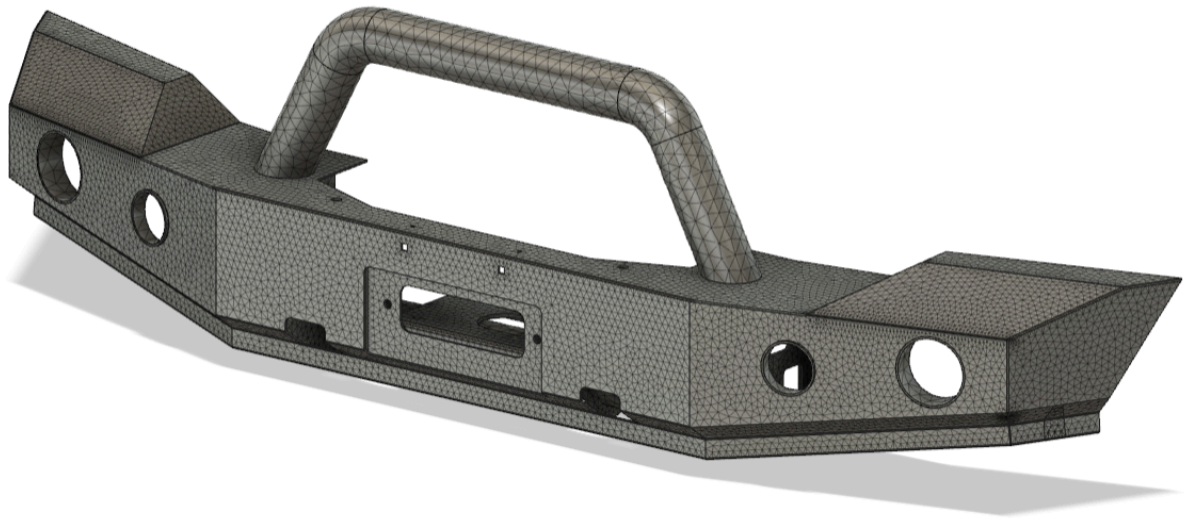
Z powyższego równania powstanie układ równań algebraicznych, ale tylko w przypadku gdy indeks  $i$  będzie zmieniał się od pierwszego do ostatniego węzła obszaru  $n$ . W praktyce stosując równanie (4.2.6) często pomija się składnik zawierający wyrażenie  $(\hat{\phi} - \bar{\phi})$ , ponieważ bardzo komplikuje przeprowadzenie obliczeń numerycznych. Natomiast wprowadzenie warunków brzegowych Dirichleta (pierwszego rodzaju) przeprowadza się w inny sposób. Mianowicie w równaniu macierzowym nie używa się zmiennych, którym nadano warunki brzegowe Dirichleta lub modyfikuje się odpowiadające im wiersze macierzy współczynników i prawe strony elementów wektora, aby spełnić nałożony warunek brzegowy. W wyniku wprowadzenia wyżej wymienionego warunku brzegowego należy pominąć składnik  $\int_{\Gamma_1^e} N_i \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} d\Gamma$  w równaniu brzegowym (4.2.6).

Wzory (4.2.4) i (4.2.5) zostały wyprowadzone zakładając, że wartości  $\bar{q}^e$  zostały obliczone w dwóch sąsiednich elementach skończonych wzdłuż wspólnego brzegu, a ich wartości są takie same, lecz o różnych znakach. Niestety to założenie nie jest spełnione z powodu braku ciągłości pochodnej normalnej funkcji  $\varphi$  do brzegu obszaru należącego do funkcji  $N_i$ . W rezultacie przyjęte założenie jest źródłem błędu metody elementów skończonych, dlatego wyniki obliczonych wartości w węzłach są jedynie przybliżeniem warunków rzeczywistych [9].

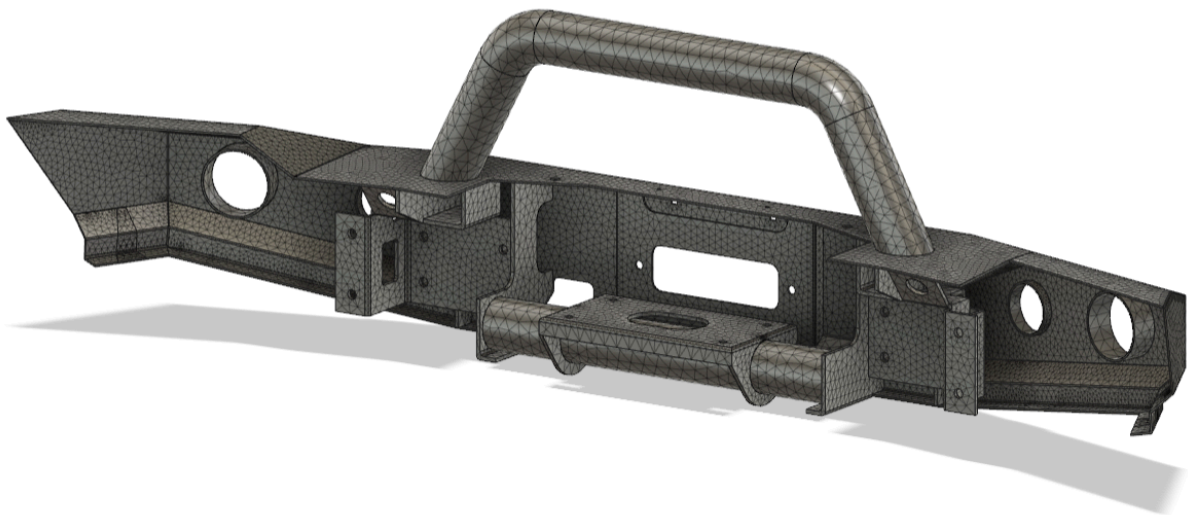
## 5. Symulacja zagadnienia statycznego i dynamicznego

### 5.1 Model obliczeniowy zagadnienia statycznego

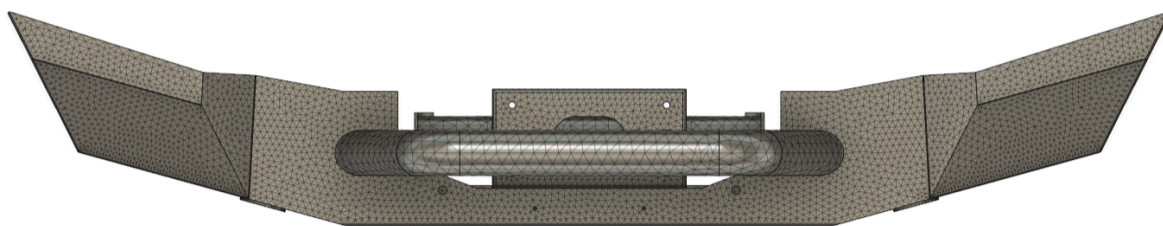
Analizie został poddany model metalowego zderzaka do aut terenowych, a wygenerowana siatka została stworzona z 135 450 elementów skończonych.



*Rysunek 5.1.1 Podział modelu na elementy skończone. Widok z przodu.*



*Rysunek 5.1.2 Podział modelu na elementy skończone. Widok z tyłu.*



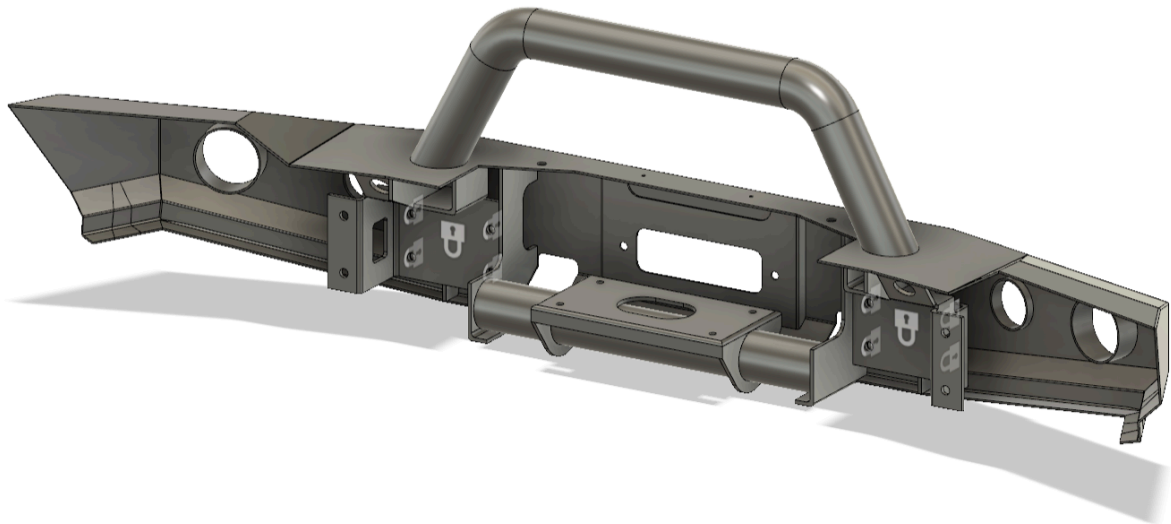
*Rysunek 5.1.3 Podział modelu na elementy skończone. Widok z góry.*

Materiałem wykorzystanym do analizy symulacji była stal, której właściwości fizyczne przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Dane materiałowe stali konstrukcyjnej.

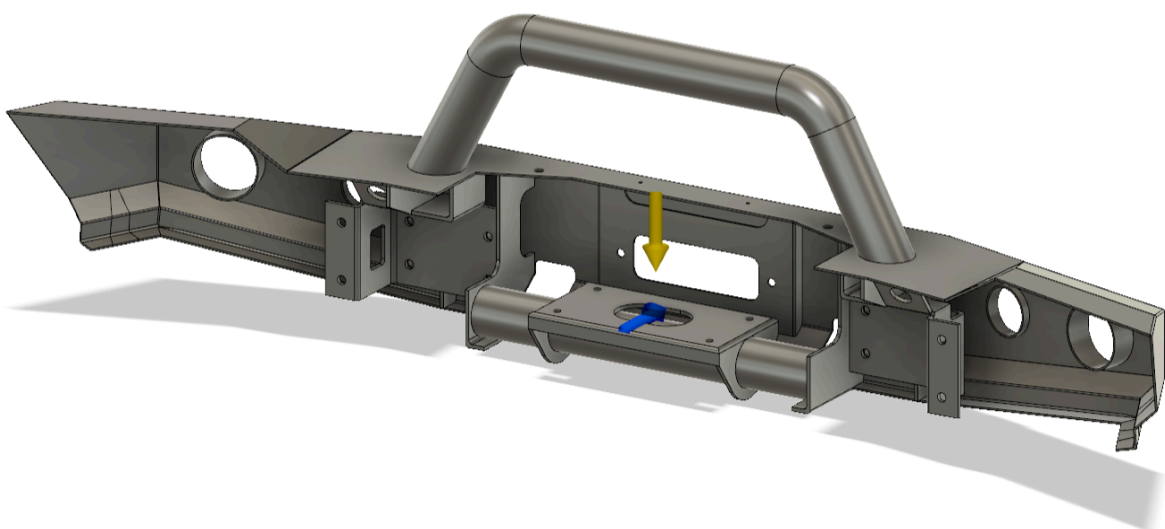
Moduł Younga	210,000 GPa
Współczynnik Poissona	0,30
Moduł Kirchhoffa	80000,000 MPa
Gęstość	7,850 g/cm <sup>3</sup>
Tłumienie	0,00
Granica sprężystości	207,000 MPa
Wytrzymałość na rozciąganie	345,000 MPa

Model został utwierdzony za pomocą dwóch kształtowników oraz gwintów ośmiu nakrętek, które zostały przyspawane do zderzaka. W rzeczywistości powierzchnie metalowych profili stykają się z belkami podwozia i są przykręcone śrubami.



*Rysunek 5.1.4 Utwierdzenie modelu zgodnie z rzeczywistością.*

Według wytycznych minimalny bezpieczny udźwig wyciągarki powinien osiągnąć co najmniej półtorakrotność masy auta, która w przypadku Wranglera Sahary Unlimited wynosi 2450 [kg]. Łączna masa ze zderzakiem wynosi około 2500 [kg], co w rezultacie daje minimalny udźwig 3750 [kg]. Siła przyłożona do modelu będzie zgodna z wartościami uciążu znalezionymi przez producentów wyciągarek i wynosi 4082 [N], co w przeliczeniu jest równe około 416 [kG]. Dodatkowo zderzak obciążono siłą grawitacji z przyspieszeniem ziemskim o przybliżonej wartości 9,81 [m/s<sup>2</sup>], aby lepiej oddać rzeczywiste warunki doświadczenia.



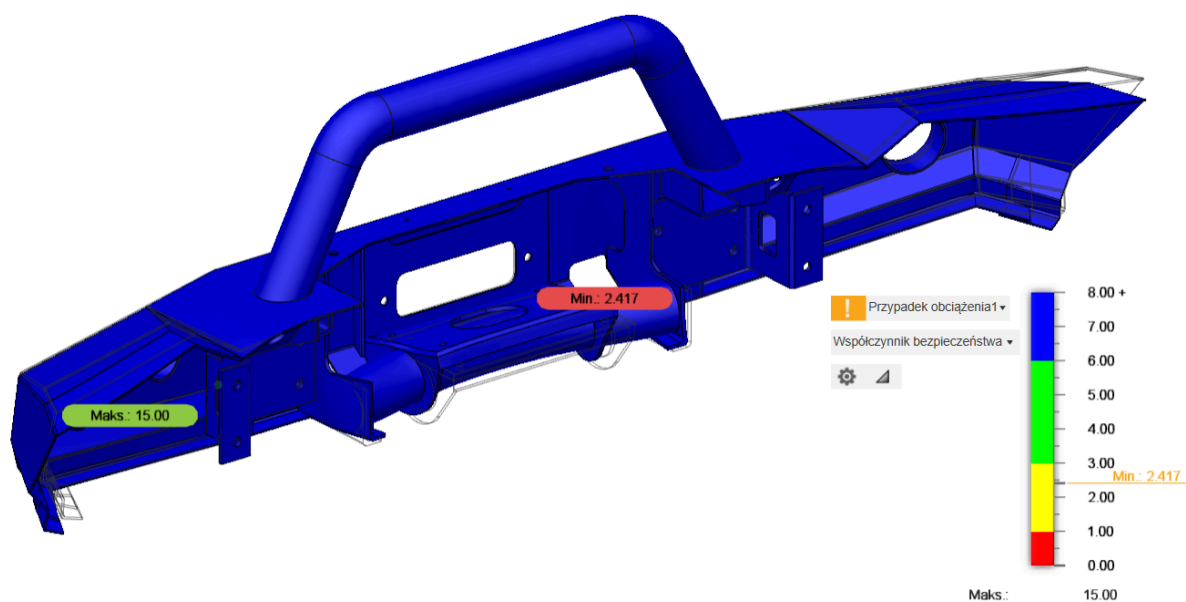
*Rysunek 5.1.5 Model obciążony siłą grawitacji (kolor żółty) i siłą zewnętrzną (kolor niebieski).*



## 5.2 Wyniki i analiza symulacji zagadnienia statycznego

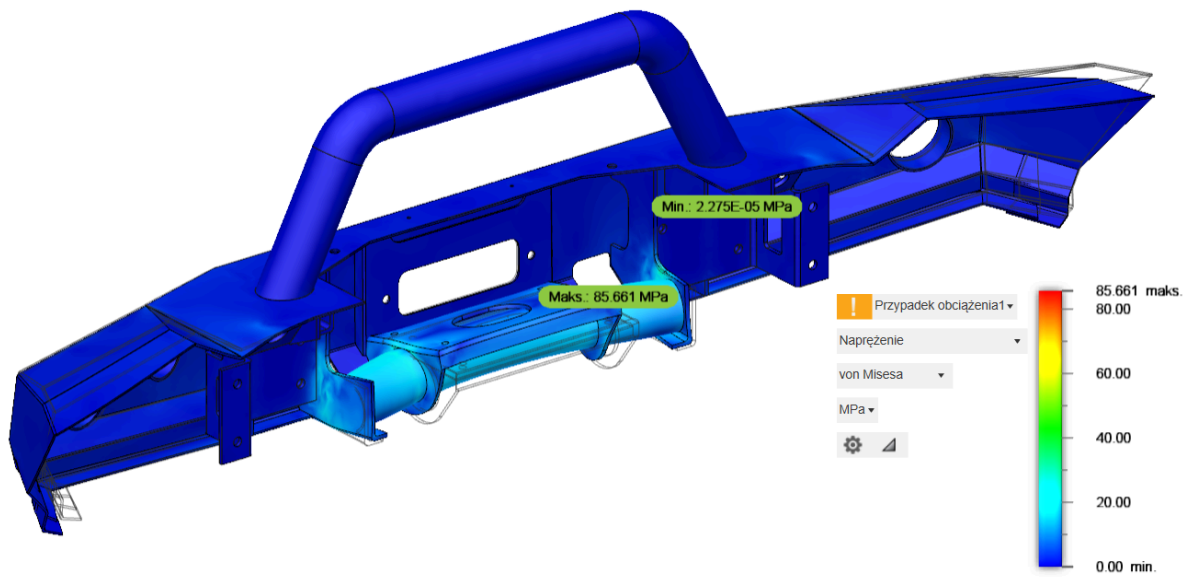
Pierwszą poddaną pod analizę symulacją było obciążenie metalowego modelu zderzaka do aut terenowych, w celu określenia wytrzymałości konstrukcji i określeniu najmniej stabilnych miejsc, w których występują największe naprężenia. Badanie zostało wykonane z pomocą programu Fusion 360 wykorzystujący metodę elementów skończonych, używając symulacji naprężeń statycznych. Doświadczenie pozwoliło przeanalizować wartość współczynnika bezpieczeństwa, wartości naprężeń, przemieszczeń i odkształceń podczas wyciągania auta poprzez wyciągarke, która jest bezpośrednio połączona ze zderzakiem.

Rzeczywista minimalna wartość współczynnika bezpieczeństwa modelu zderzaka wynosi 2,417 (rysunek 5.2.1).



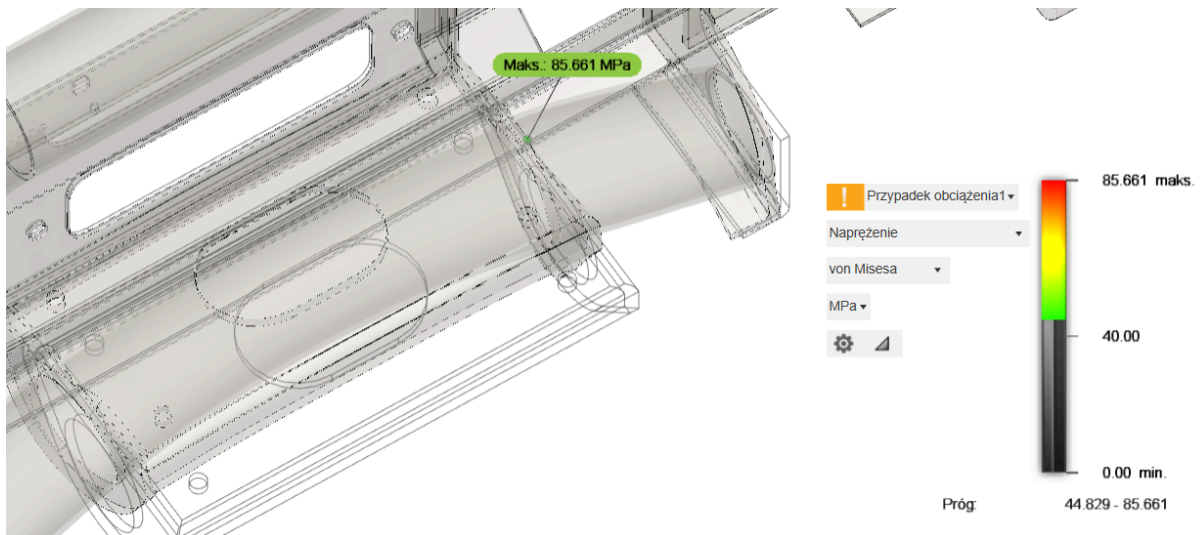
Rysunek 5.2.1 Wartości współczynników bezpieczeństwa modelu zderzaka.

Rozkład naprężeń von Misesa modelu zderzaka (rysunek 5.2.2).



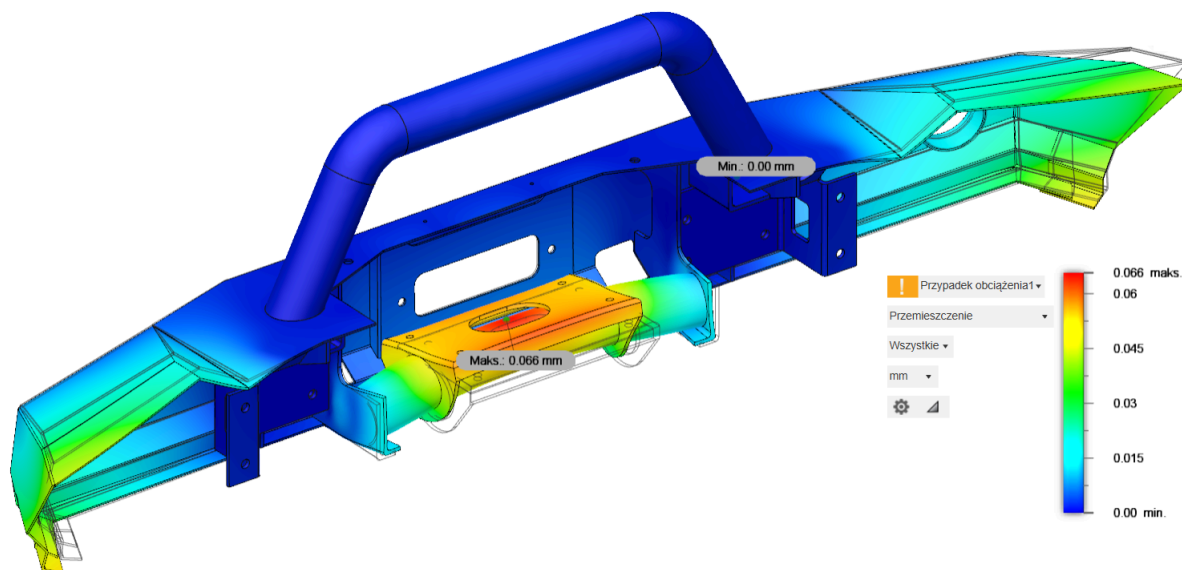
Rysunek 5.2.2 Wartości naprężeń von Misesa modelu zderzaka.

Miejsce, w którym wystąpiły największe wartości naprężeń o wartości 85,661 [MPa] (rysunek 5.2.3).



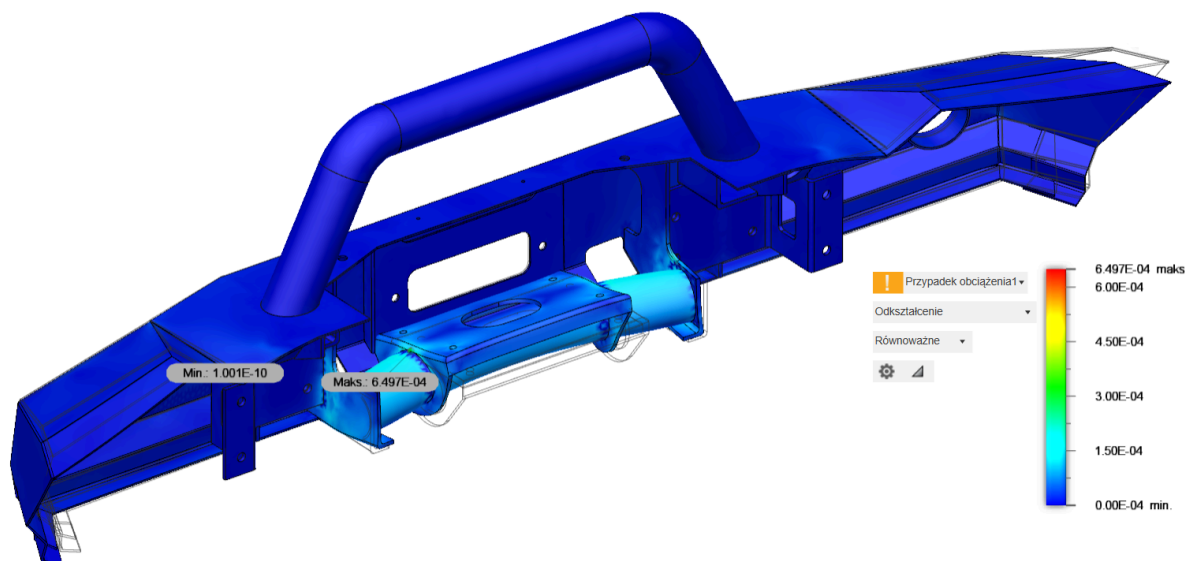
Rysunek 5.2.3 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka.

Rozkład przemieszczeń modelu o maksymalnej wartości równej 0,066 [mm] (rysunek 5.2.4).



Rysunek 5.2.4 Wartości przemieszczeń modelu zderzaka.

Rozkład odkształceń modelu o maksymalnej wartości równej 0,0006497 (rysunek 5.2.5).



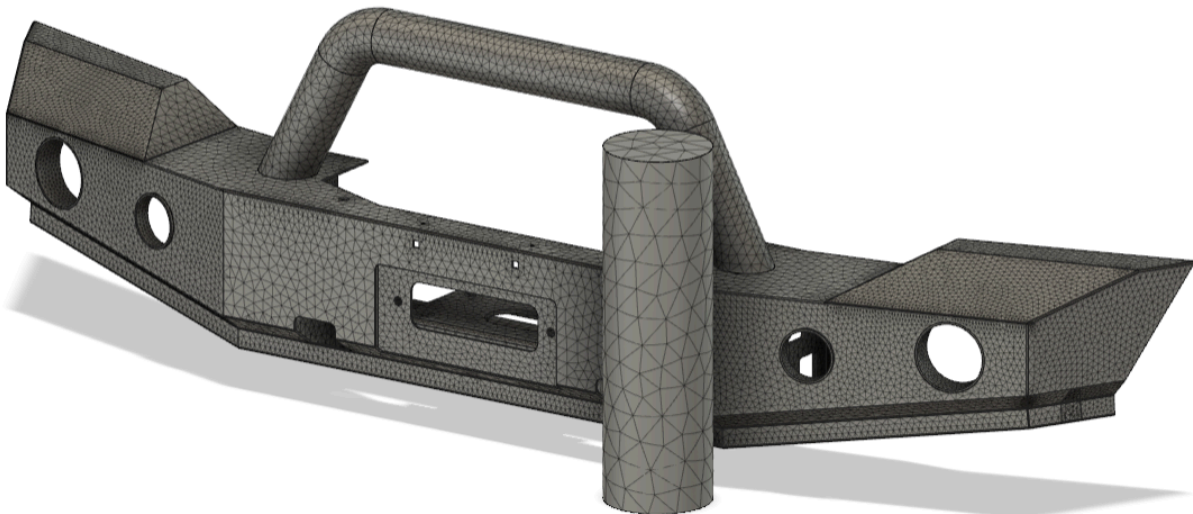
Rysunek 5.2.5 Wartości odkształceń modelu zderzaka.

Po przeprowadzeniu analizy statycznej można stwierdzić, że zderzak jest wykonany prawidłowo i spełnia wymagania techniczne. Należy zwrócić szczególną uwagę na skalę wykresów i wyniki, ponieważ wielkości odkształceń i przemieszczeń modelu zderzaka są wyolbrzymione, aby z łatwością możliwe było zauważenie krytycznych punktów. Rzeczywista minimalna wartość współczynnika bezpieczeństwa wynosi 2,417 co świadczy,

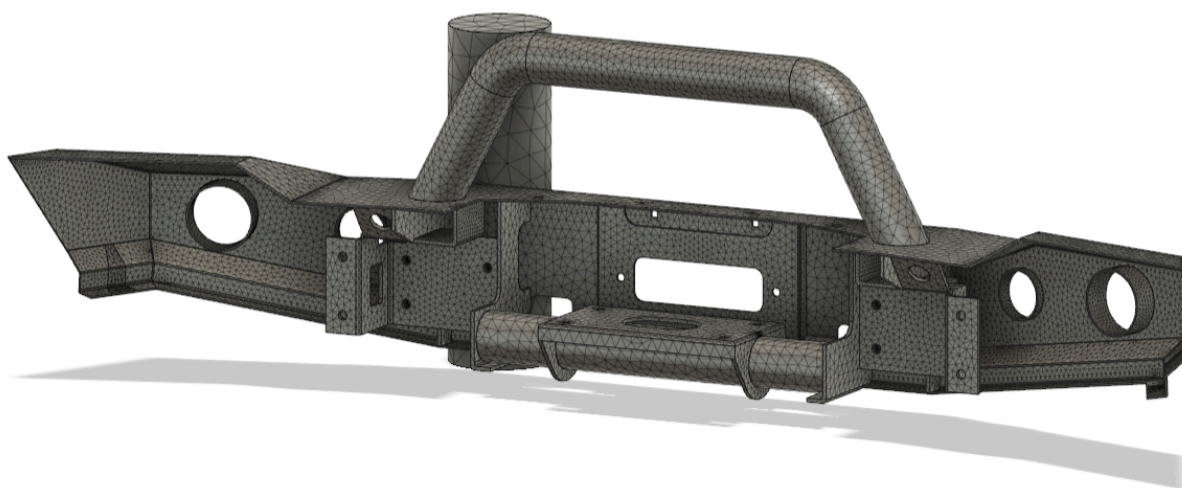
że geometria modelu może być wystarczająca do zastosowania w przemyśle. Należałoby jednak wzmocnić najbardziej newralgiczne punkty, aby zwiększyć współczynnik do wartości co najmniej 3. Największe naprężenia von Misesa o wartości 85,661 [MPa] i odkształcenia o wartości 0,0006497 wystąpiły symetrycznie w miejscu łączenia blachy pod wyciągarke z rurą. Są to wartości bezpieczne, ponieważ nie przekraczają granicy wytrzymałości na rozciąganie wybranego materiału oraz granicy plastyczności. Cały proces odkształcenia modelu znajdował się w proporcjonalnym obszarze działania prawa Hooke'a, dlatego gdy przyłożone siły przestaną działać model powinien wrócić do swojej pierwotnej formy. Natomiast największe przemieszczenia o wartości 0,066 [mm] zaobserwowano bezpośrednio na środku powierzchni blachy od wyciągarki, w miejscu przyłożenia obciążenia. Występują również małe zmiany pozycji skrajnych elementów zderzaka.

### 5.3 Model obliczeniowy zagadnienia dynamicznego

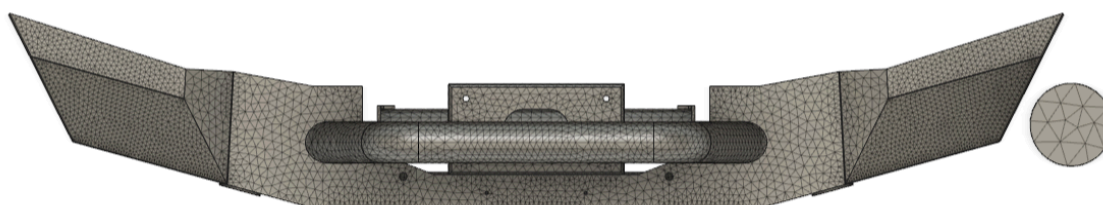
Analizie został poddany model metalowego zderzaka do aut terenowych. Jako ciało sztywne został ustanowiony słup, a wygenerowana siatka została stworzona z 174 492 elementów skończonych.



*Rysunek 5.3.1 Podział modelu zderzaka oraz słupa na elementy skończone. Widok z przodu.*



*Rysunek 5.3.2 Podział zderzaka oraz słupa na elementy skończone. Widok z tyłu.*



*Rysunek 5.3.3 Podział zderzaka oraz słupa na elementy skończone. Widok z góry.*

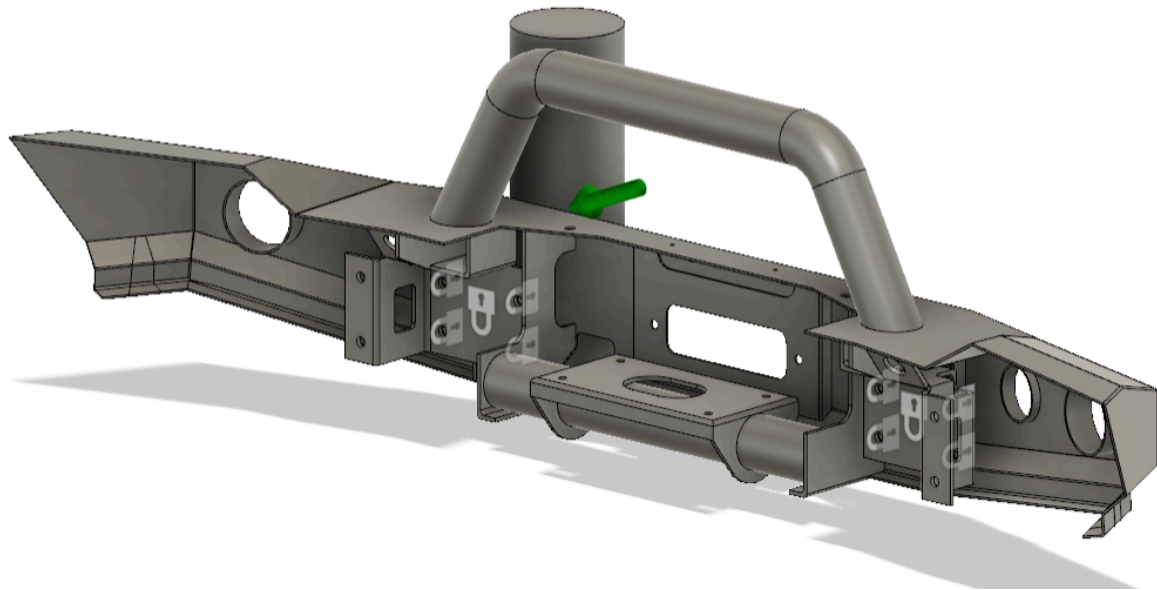
Materiałem wykorzystanym do analizy symulacji była standardowa stal konstrukcyjna o charakterystyce nieliniowej, której właściwości fizyczne przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Dane materiałowe nieliniowej standardowej stali konstrukcyjnej.

Moduł Younga	200,000 GPa
Współczynnik Poissona	0,26
Moduł Kirchhoffa	79365,079 MPa
Gęstość	7,800 g/cm <sup>3</sup>
Tłumienie	0,00
Granica sprężystości	248,211 MPa
Wytrzymałość na rozciąganie	475,738 MPa



Model został utwierdzony za pomocą dwóch kształtowników oraz gwintów ośmiu nakrętek, które zostały przyspawane do zderzaka. W rzeczywistości powierzchnie metalowych profili stykają się z belkami podwozia i są przykręcone śrubami. Podczas drugiej analizy dodatkowo zostało dodane określone przemieszczenie słupa w uderzeniu czołowym w stronę powierzchni zderzaka o wartości 70 mm bez zmiany krzywej mnożnika. Natomiast w uderzeniu bocznym odpowiednio wynosiło 99 mm.

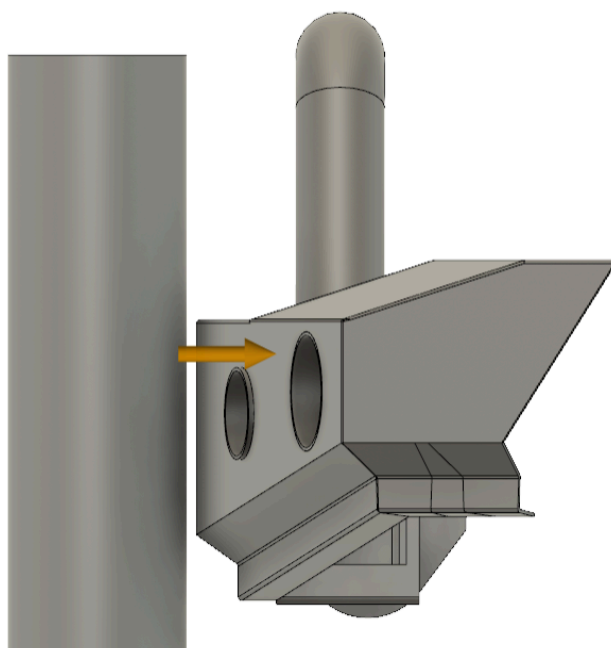


*Rysunek 5.3.4 Utwierdzenie modelu w warunkach rzeczywistych - uderzenie czołowe.*

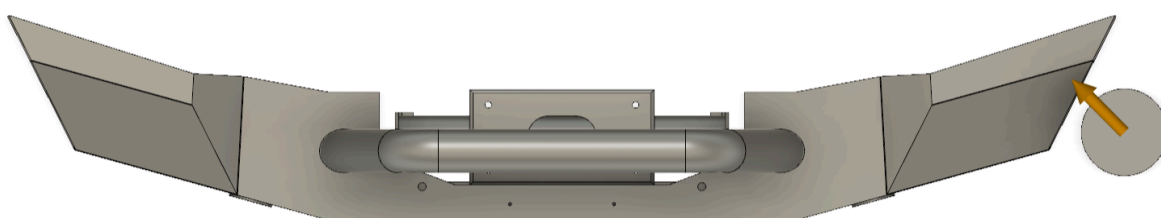


*Rysunek 5.3.5 Utwierdzenie modelu w warunkach rzeczywistych - uderzenie boczne.*

Modelowi słupa została nadana początkowa prędkość liniowa równa 13,4 [m/s], co odpowiada wartości 48,24 [km/h], skierowana prostopadle do powierzchni zderzaka dla uderzenia czołowego. Wiedząc, że przebyta droga to 0,07 m, a prędkość została wymieniona powyżej to w przybliżeniu czas doświadczenia wynosi 0,005 sekundy. W przypadku uderzenia bocznego prędkość została taka sama, lecz działa pod kątem 45°. Droga wynosi 0,099 m, co odpowiada w przybliżeniu 0,007 sekundy.

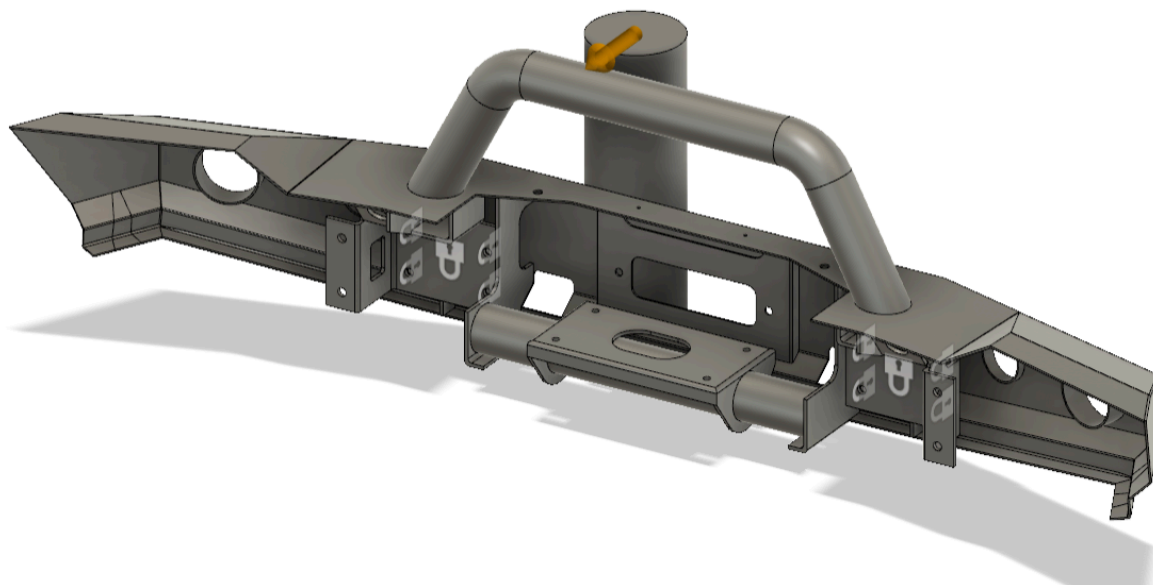


*Rysunek 5.3.6 Model obciążony początkową prędkością liniową - uderzenie czołowe.*

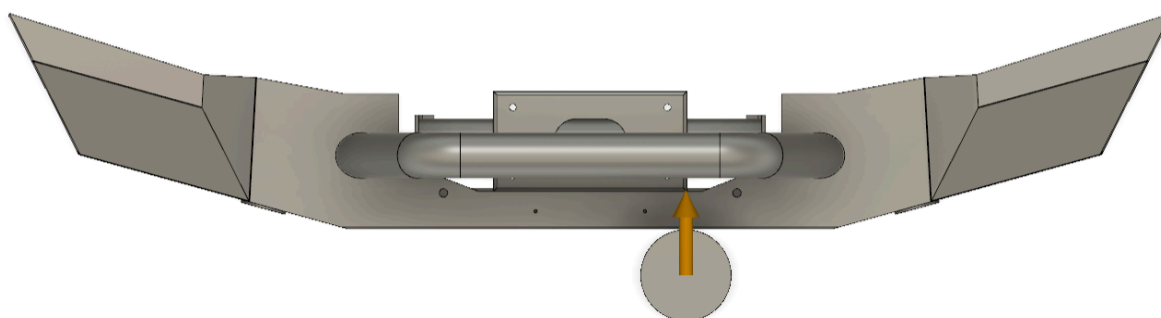


*Rysunek 5.3.7 Model obciążony początkową prędkością liniową - uderzenie boczne.*

Ostatnią trzecią analizą było uderzenie czołowe zderzaka z dużą prędkością. Został on tak samo utwierdzony jak w poprzednich przypadkach, ale bez przesunięcia się nieodkształcalnego słupa o określoną wartość przemieszczenia. Została mu nadana prędkość wynosząca 100 [km/h] skierowana prostopadle do powierzchni zderzaka, w miejscu łączenia blachy chroniącej wyciągarkę zderzaka auta terenowego.



*Rysunek 5.3.8 Uderzenie modelu w blachę chroniącą wyciągarkę - rzut z perspektywy.*



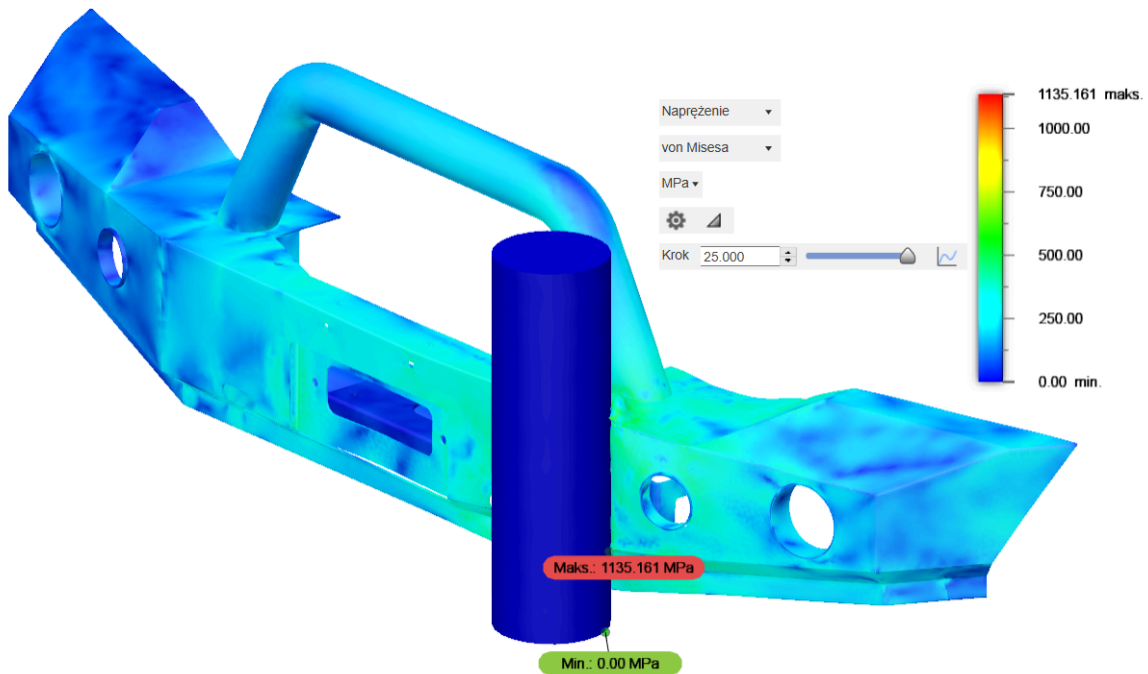
*Rysunek 5.3.9 Uderzenie modelu w blachę chroniącą wyciągarkę - rzut z góry.*

## **5.4 Wyniki i analiza symulacji zagadnienia dynamicznego**

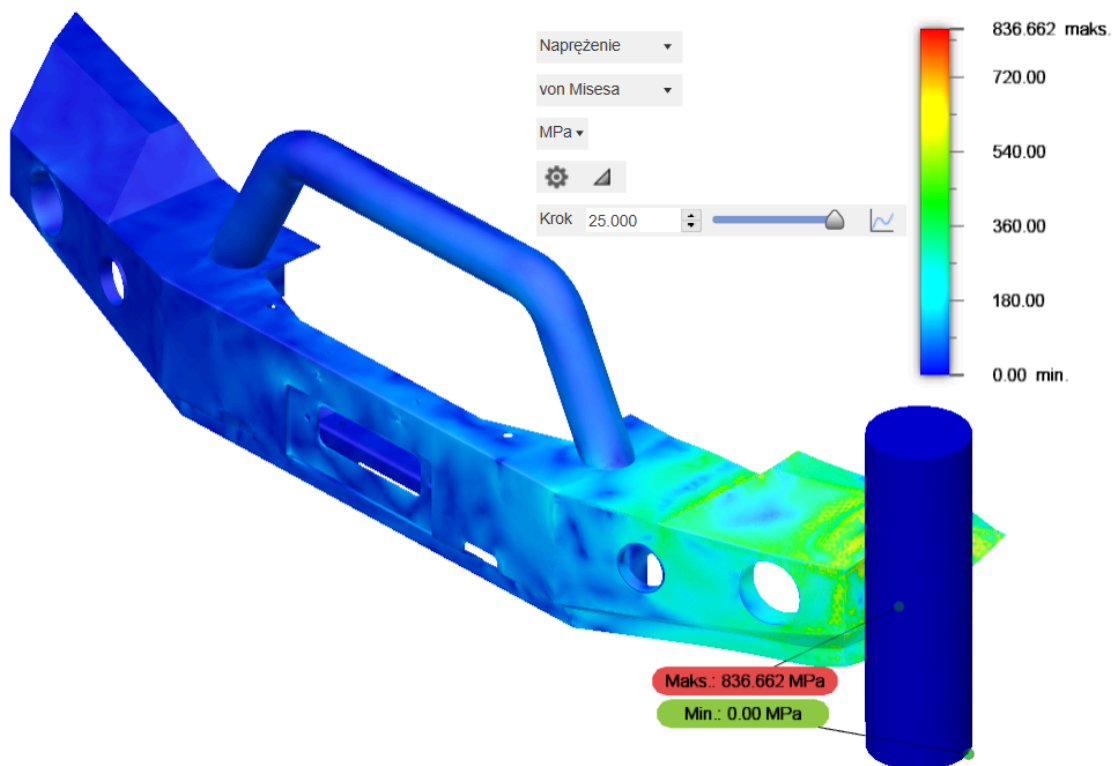
Drugą przeprowadzoną analizą była dynamiczna symulacja zderzenia metalowego modelu zderzaka do aut terenowych z sztywnym słupem, w celu określenia wytrzymałości konstrukcji i określeniu najmniej stabilnych miejsc, w których występują największe naprężenia. Badanie zostało wykonane z pomocą programu Fusion 360 wykorzystujący metodę elementów skończonych, używając dynamiczną symulację zdarzeń. Przeprowadzono dwie próby doświadczeń. Pierwsze zostało zarejestrowane zderzenie czołowe w miejscu utwierdzenia z podporą, a drugie to uderzenie w bok modelu pod kątem  $45^\circ$  z taką samą prędkością. Doświadczenie pozwoliło przeanalizować wartości naprężeń, przemieszczeń i odkształceń podczas deformacji zderzaka spowodowanej zderzeniem ze słupem.



Rozkład naprężeń von Misesa modelu zderzaka w maksymalnie przesuniętym położeniu nieodkształcalnego słupa podczas uderzenia czołowego i bocznego (rysunek 5.4.1, rysunek 5.4.2).

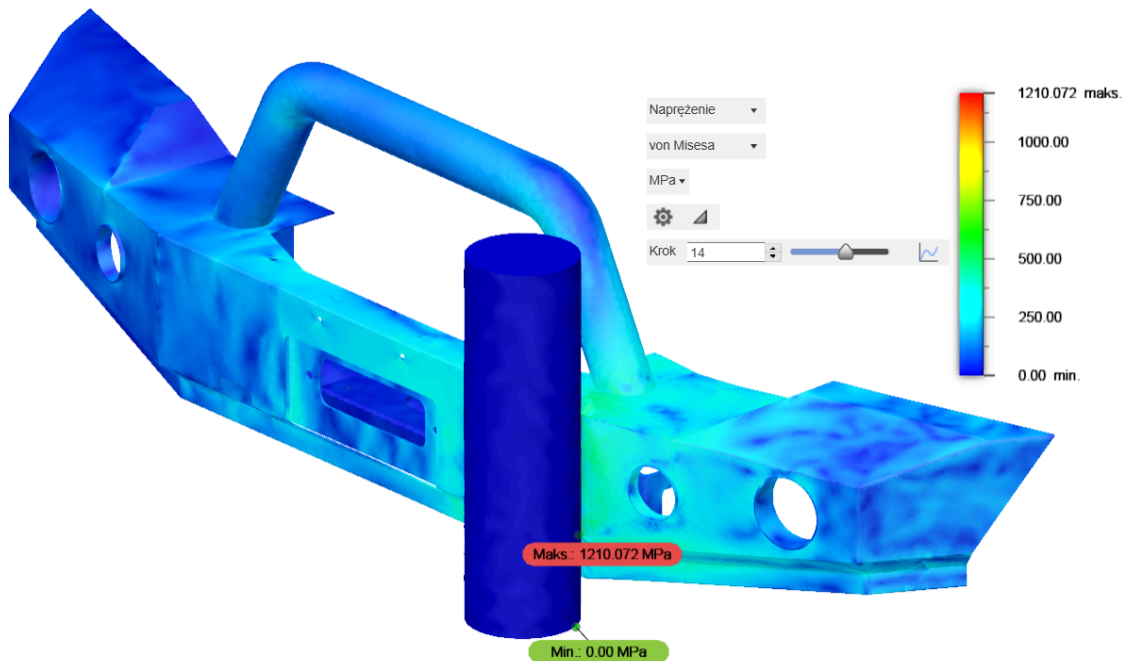


Rysunek 5.4.1 Wartości naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie czołowe.

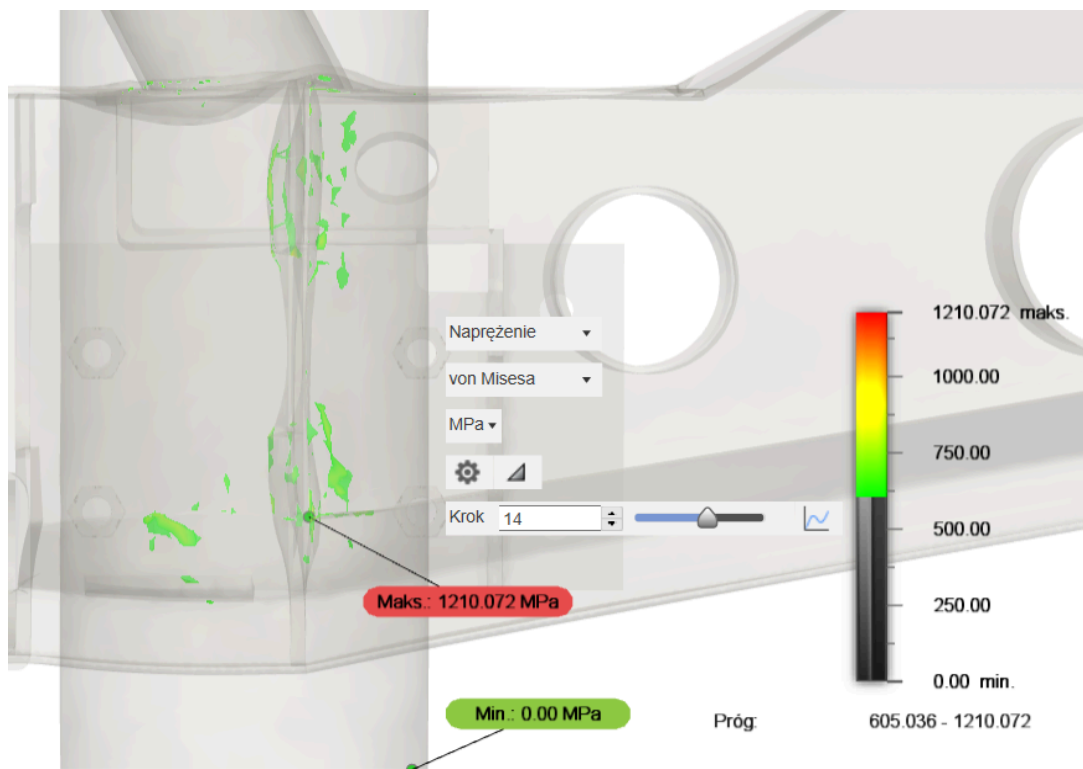


Rysunek 5.4.2 Wartości naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie boczne.

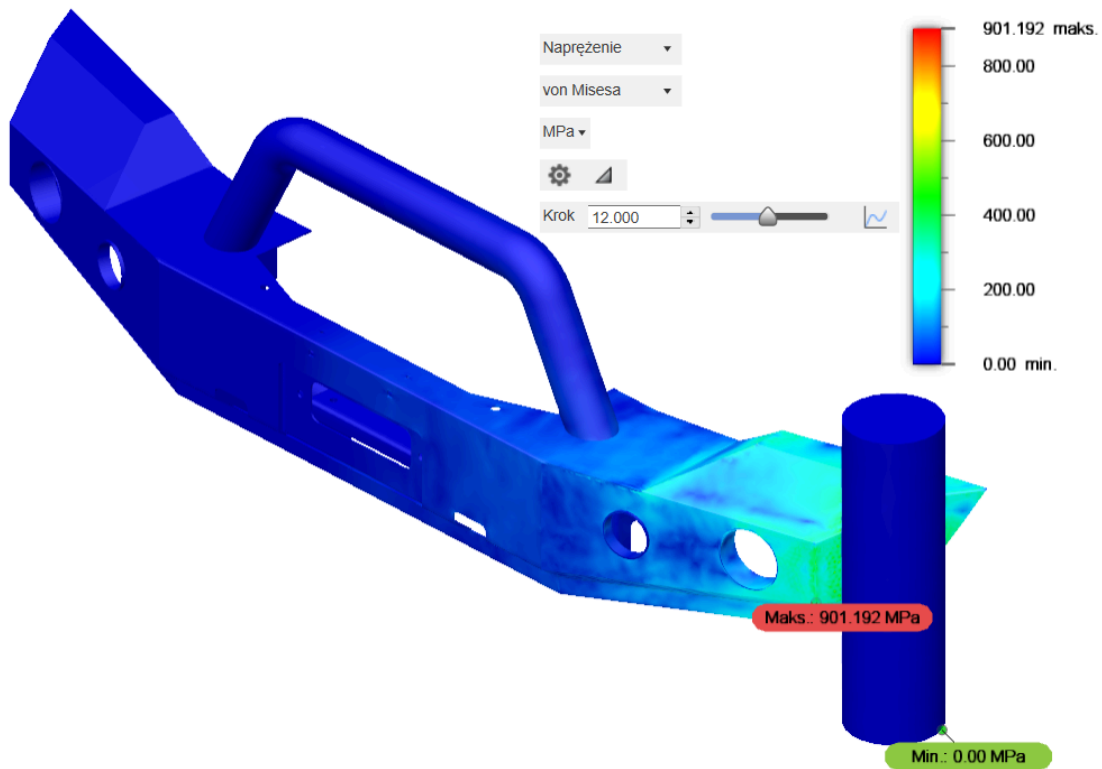
Największe wartości naprężeń podczas obu procesów kolizji zderzaka słupem wystąpiły w okolicach środka jego trajektorii ruchu. Maksymalne wartości dla zderzenia czołowego wynosiły 1210,072 [MPa], a bocznego 901,192 [MPa] (rysunek 5.4.3, rysunek 5.4.4, rysunek 5.4.5, rysunek 5.4.6).



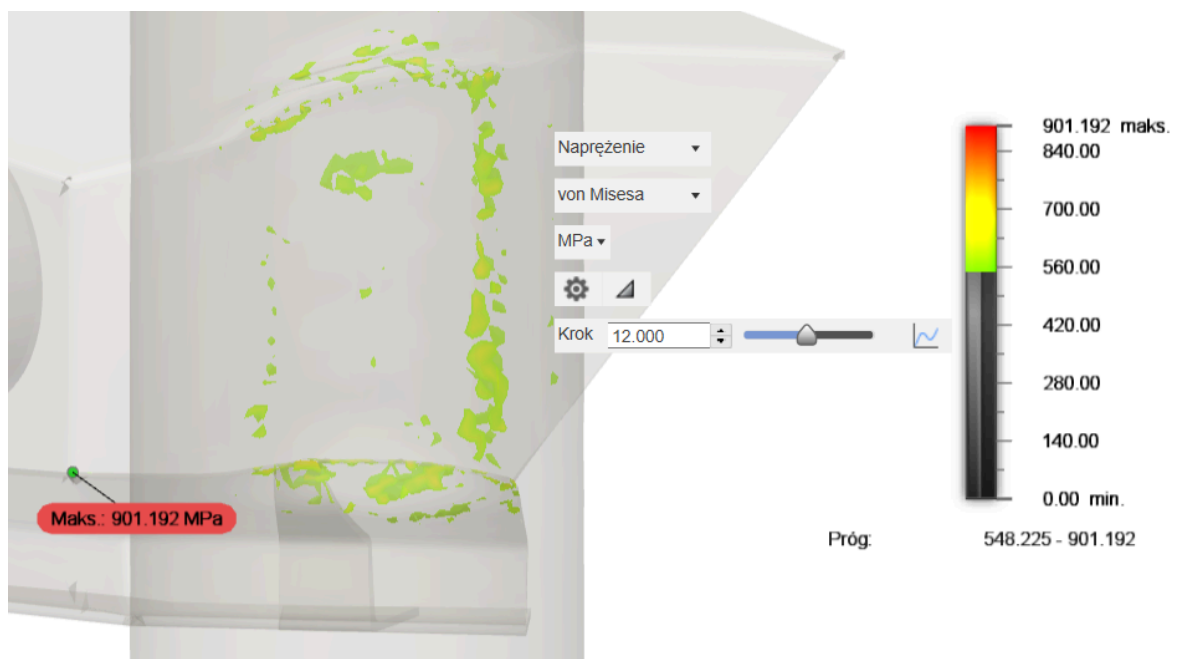
Rysunek 5.4.3 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie czołowe.



Rysunek 5.4.4 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie czołowe.

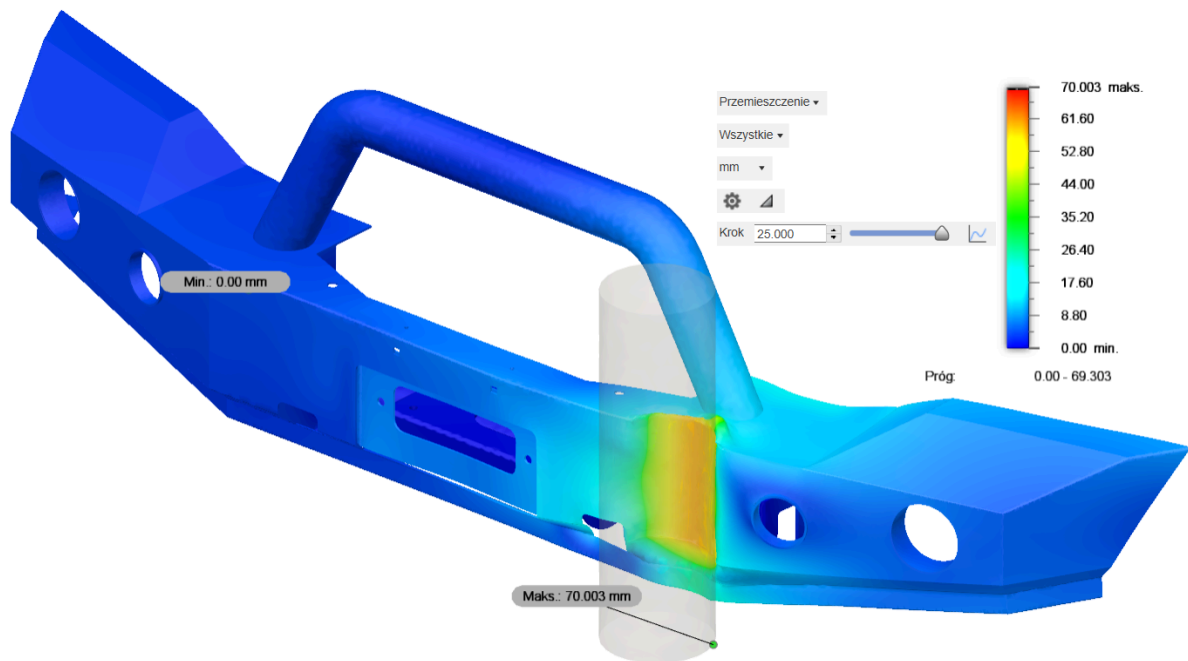


Rysunek 5.4.5 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie boczne.

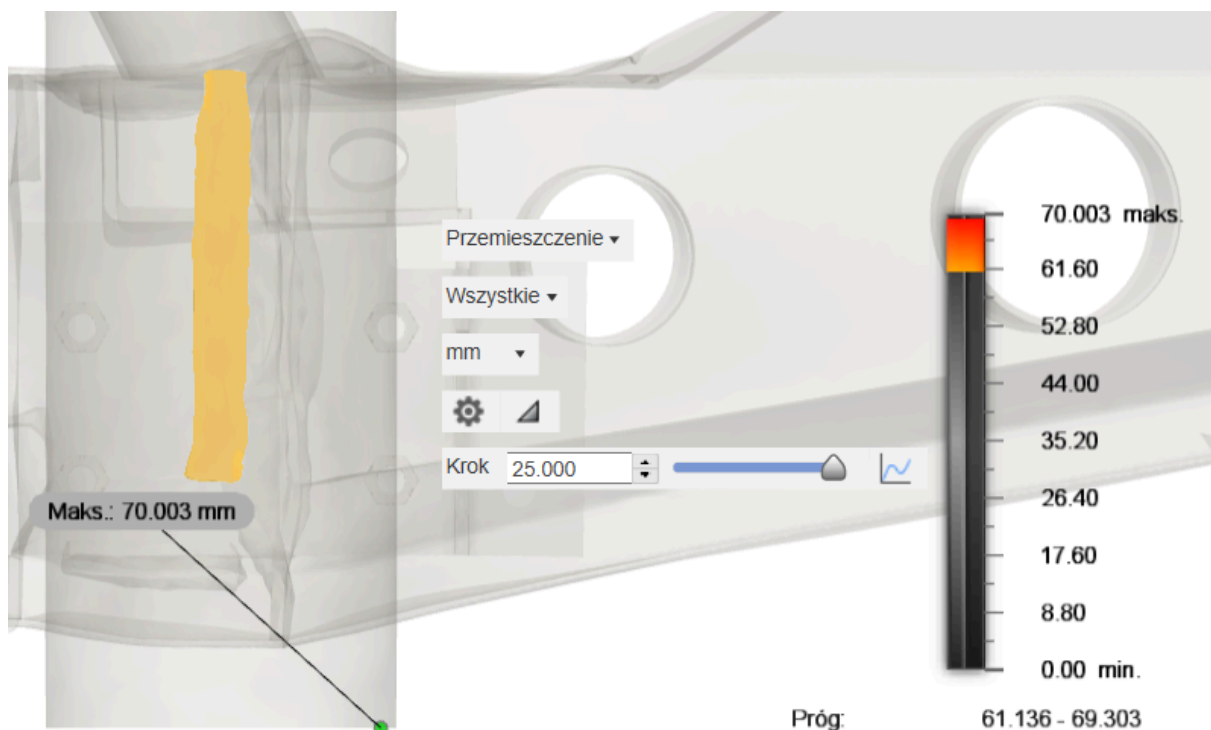


Rysunek 5.4.6 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie boczne.

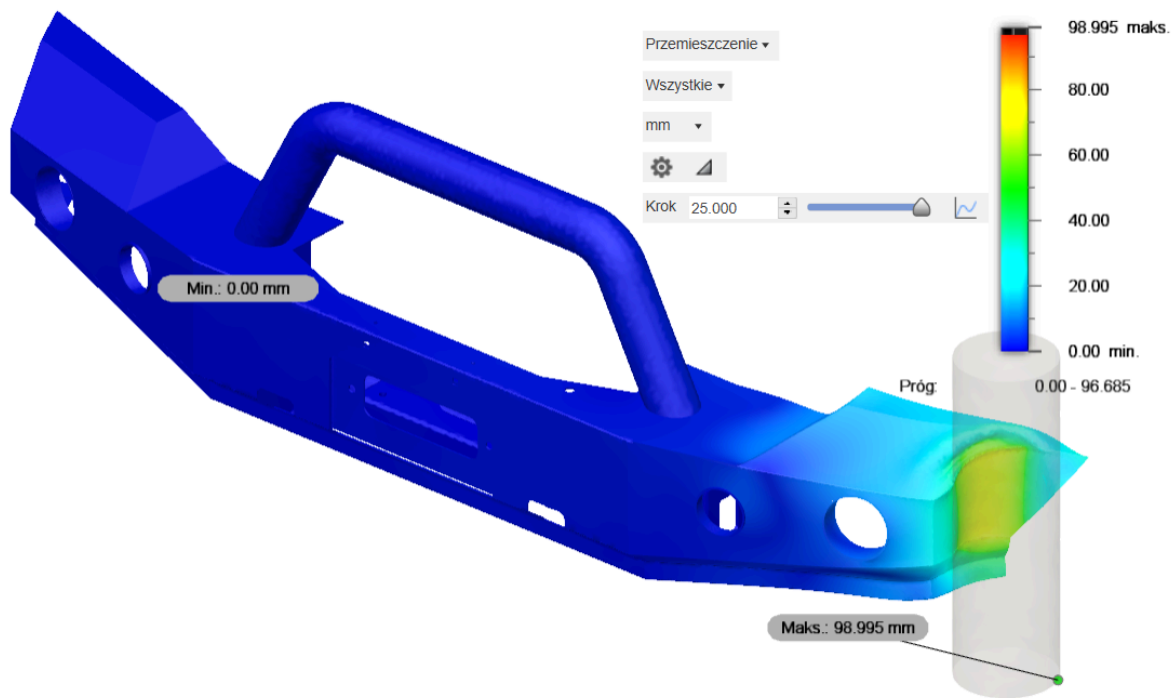
Rozkład przemieszczeń modelu i jego maksymalnych wartości w uderzeniu czołowym i bocznym (rysunek 5.4.7, rysunek 5.4.8, rysunek 5.4.9, rysunek 5.4.10).



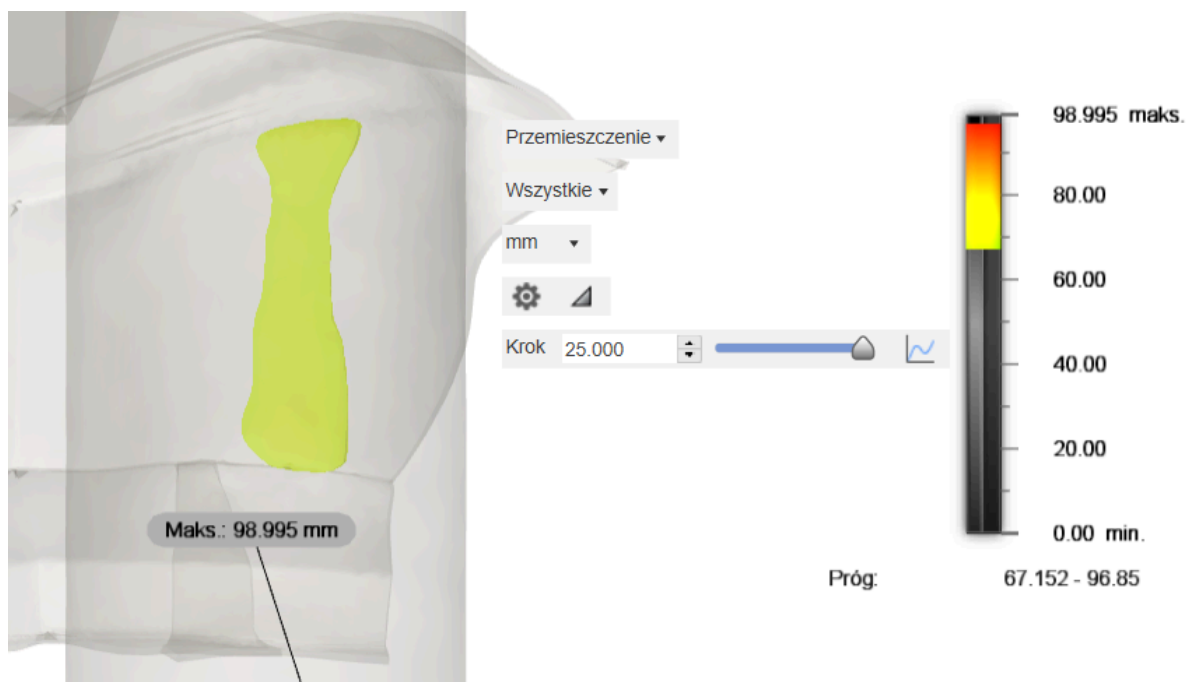
Rysunek 5.4.7 Wartości przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.



Rysunek 5.4.8 Wartości maksymalnych przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.

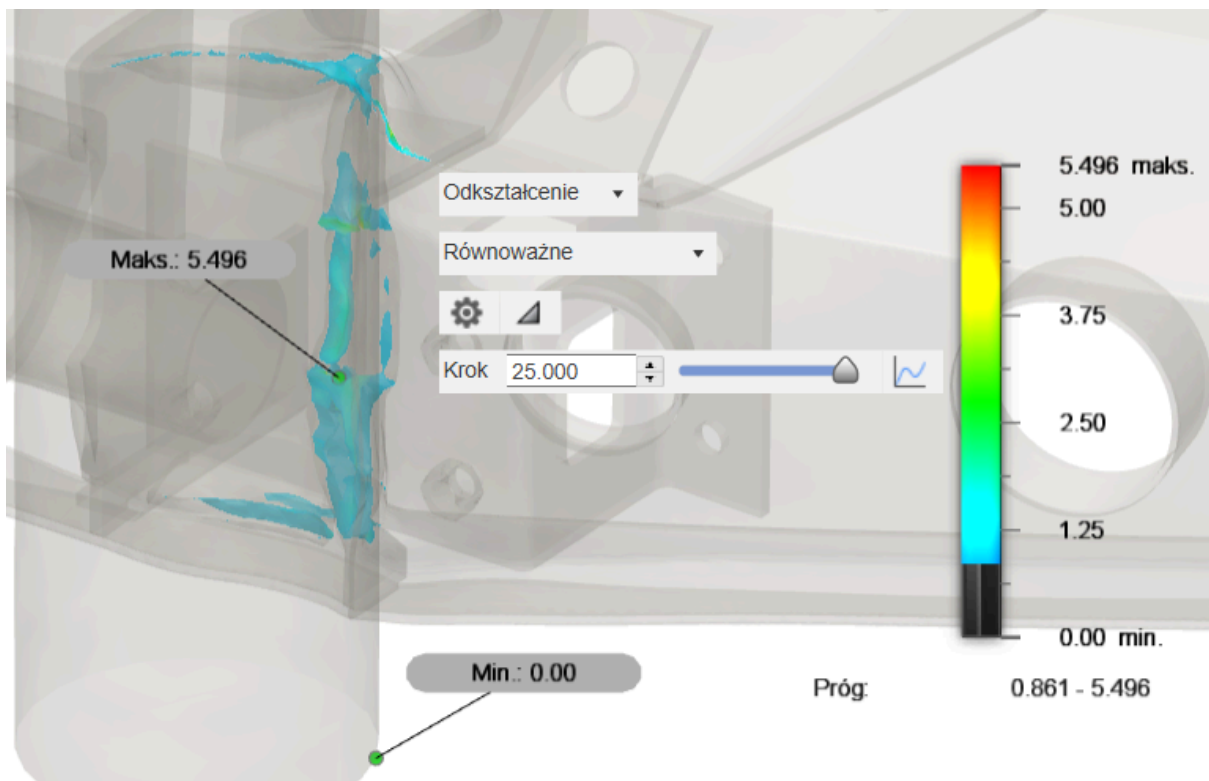


*Rysunek 5.4.9 Wartości przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie boczne.*

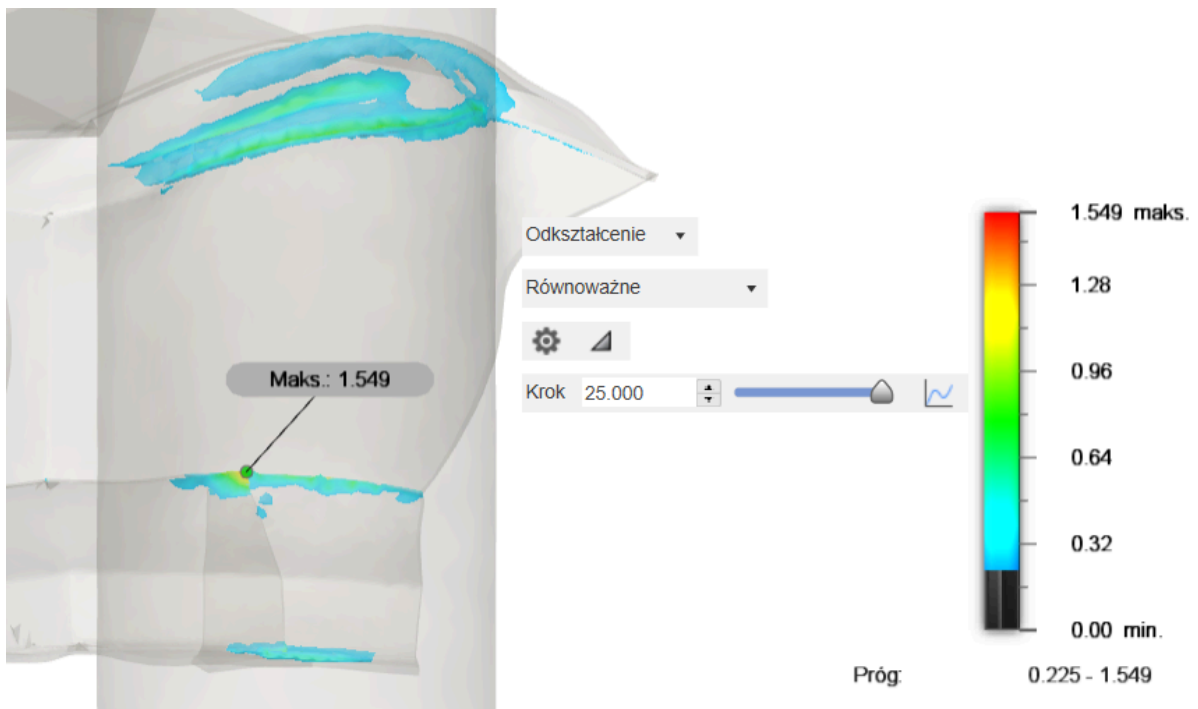


*Rysunek 5.4.10 Wartości maksymalnych przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie boczne.*

Rozkład odkształceń modelu w uderzeniu czołowym i bocznym o maksymalnej wartości równej 5,496 (rysunek 5.4.11, rysunek 5.4.12).



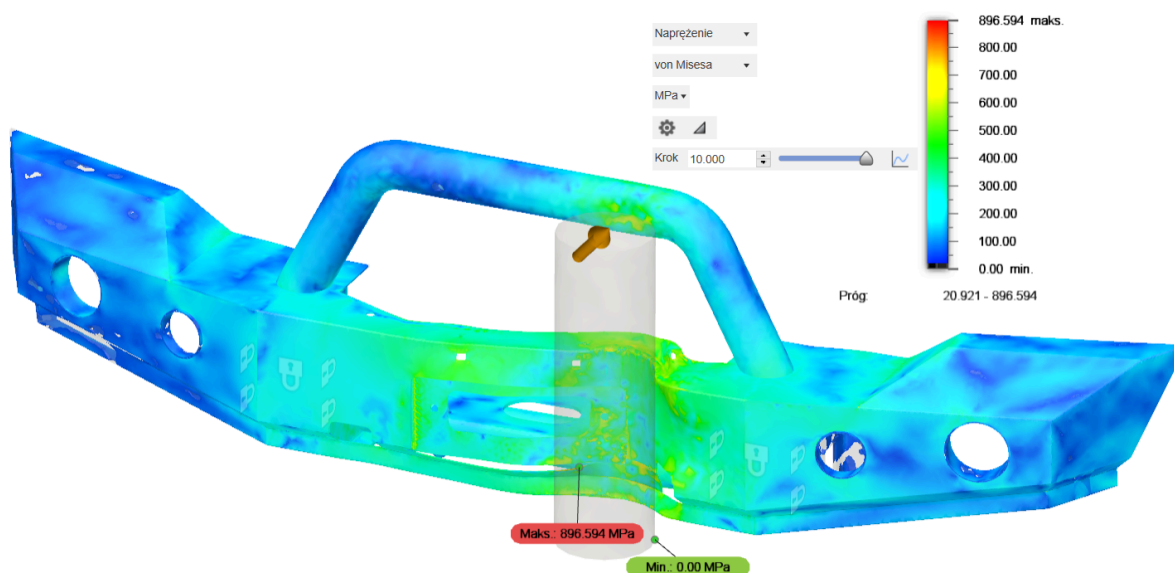
Rysunek 5.4.11 Wartości odkształceń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.



Rysunek 5.4.12 Wartości odkształceń modelu zderzaka - uderzenie boczne.

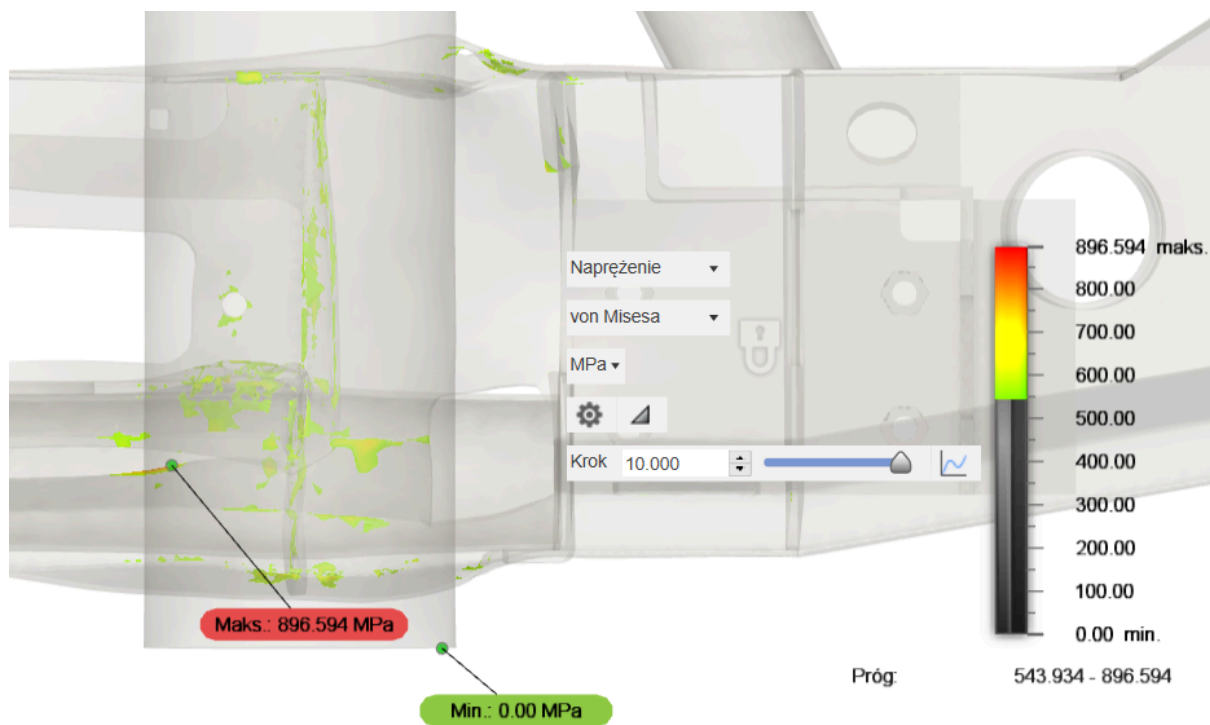
Trzecią przeprowadzoną analizą była dynamiczna symulacja zderzenia metalowego modelu zderzaka do aut terenowych z sztywnym słupem przy prędkości 100 [km/h], w celu określenia wytrzymałości konstrukcji w skrajnych warunkach. Doświadczenie imitowało kolizję czołową w miejscu łączenia blachy chroniącej wyciągarkę, gdzie zostały przeanalizowane rozkłady naprężeń, przemieszczeń i odkształceń zdeformowanego modelu. W analizie zderzenia słupa ze zderzakiem samochodu wykonano symulację komputerową kolizji tych obiektów trwającą 0,001 sekundy. Obliczenia komputerowe trwały około 10 godzin każde. Wykonano je na serwerach firmy Autodesk - producenta oprogramowania Fusion 360.

Rozkład naprężeń von Misesa modelu zderzaka w maksymalnie przesuniętym położeniu nieodkształcalnego słupa podczas uderzenia czołowego (rysunek 5.4.13, rysunek 5.4.14).



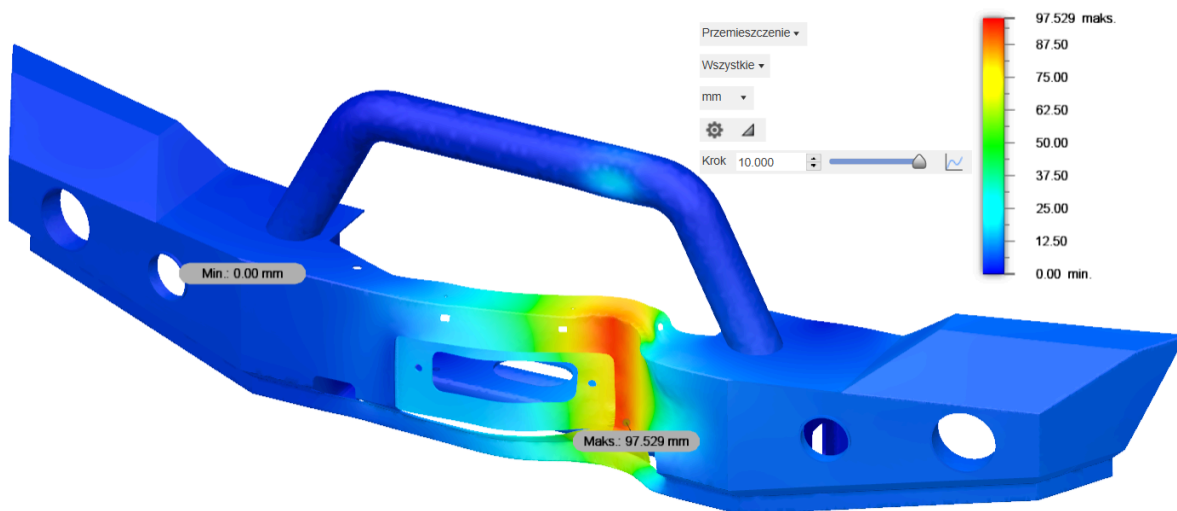
*Rysunek 5.4.13 Wartości naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie czołowe.*





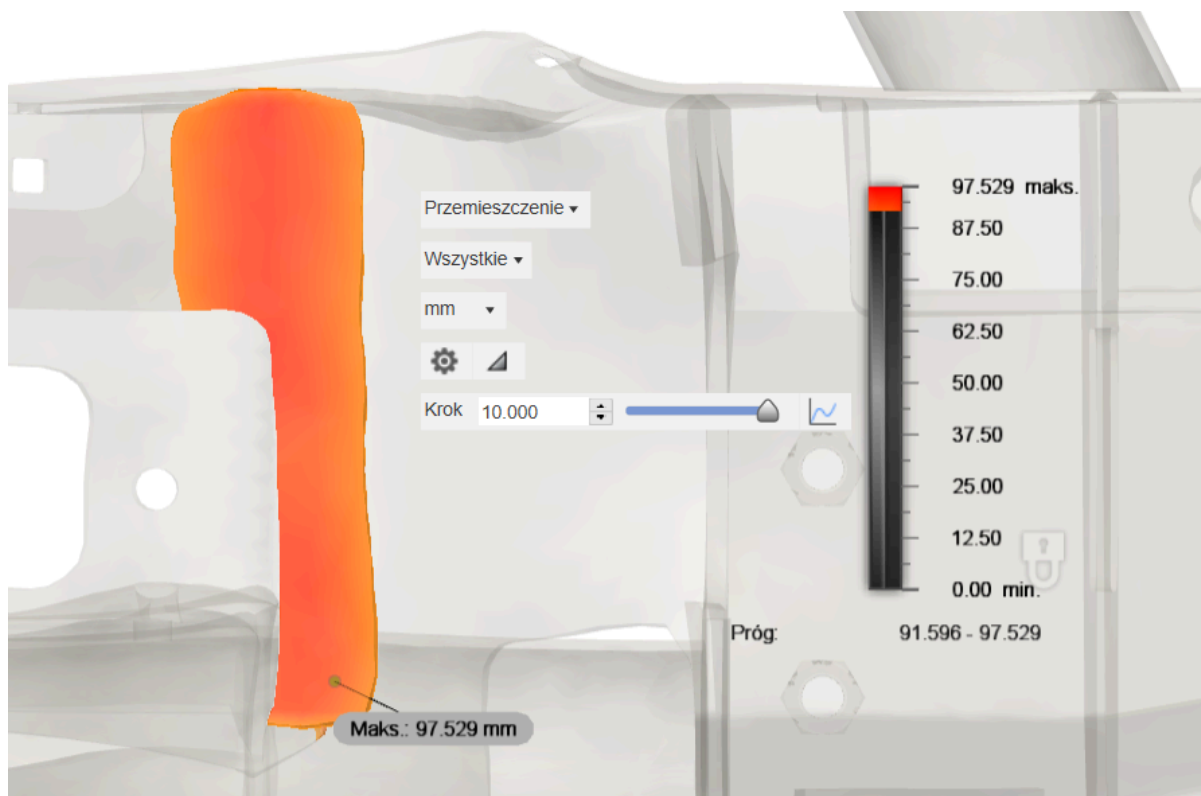
Rysunek 5.4.14 Wartości największych naprężeń von Misesa modelu zderzaka - uderzenie czołowe.

Rozkład przemieszczeń modelu i jego maksymalnych wartości w uderzeniu czołowym (rysunek 5.4.15, rysunek 5.4.16).



Rysunek 5.4.15 Wartości przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.





*Rysunek 5.4.16 Wartości maksymalnych przemieszczeń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.*

Rozkład odkształceń modelu w uderzeniu czołowym o maksymalnej wartości równej 2,408 (rysunek 5.4.17).



*Rysunek 5.4.17 Wartości odkształceń modelu zderzaka - uderzenie czołowe.*

Po przeprowadzeniu analizy dynamicznej zderzenia można stwierdzić, że zderzak posiada stabilną konstrukcję stworzoną do warunków off-roadowych. Należy zwrócić uwagę na skalę wykresów, wyniki i na wygląd odkształconego modelu, którego zdeformowana powierzchnia jest zgodna z rzeczywistością. Naprężenia von Misesa podczas kolizji z sztywnym słupem rozkładają się prawie po całej powierzchni zderzaka. Początkowo w obu symulacjach rosną i osiągają swoją największą wartość w okolicach środka trajektorii ruchu. Natomiast w doświadczeniu, gdzie prędkość słupa wynosiła 100 [km/h] wartości naprężeń rosną, lecz nie przekraczają wartości 900 [MPa]. Maksymalne wartości dla zderzenia czołowego wynosiły 1210,072 [MPa], a bocznego 901,192 [MPa]. Należy zauważyć, że w przypadku uderzenia bocznego największa wartość nie występuje na drodze, po której przesuwa się słup, a w narożu gdzie dwa komponenty zderzaka są połączone spawem. Następnie naprężenia maleją i znów zaczynają wzrastać, aż do maksymalnie przesuniętego położenia słupa, gdzie osiąga finalną wartość w przypadku uderzenia czołowego 1135,161 [MPa], a bocznego 836,662 [MPa]. Maksymalne naprężenia są ponad dwukrotnie większe od wytrzymałości na rozciąganie i czterokrotnie większe od granicy plastyczności. Należy zauważyć, że słup nie odkształca się pomimo, że posiada te same właściwości materiałowe ze względu na założenie, że jest ciałem sztywnym. Przez wystąpienie na tyle wysokich wartości naprężeń zderzak zostanie trwale odkształcony, ale spełnił swoją rolę bezpieczeństwa. W rozkładzie przemieszczeń nie należy brać pod uwagę maksymalnych wartości 70 mm w uderzeniu czołowym i 100 mm w uderzeniu bocznym. Odnoszą się one do przesunięcia słupa podczas ruchu, a nie faktycznego przemieszczenia węzłów elementów skończonych zderzaka. Wartości maksymalnych przemieszczeń modelu wynosiły około 70 - 85% wartości przesunięcia się słupa. Natomiast w ostatniej symulacji prędkość była na tyle duża, że przemieszczenie zderzaka pokrywało się z wartościami przemieszczenia słupa. Należy zwrócić szczególną uwagę jak zmienia się przemieszczenie powierzchni zderzaka, która rośnie wraz z przesuwanym się sztywnym słupem wokół powierzchni styku obu powierzchni podczas prób doświadczeń. Podobnie wygląda rozkład odkształceń, który dodatkowo pojawia się na górnej i dolnej powierzchni modelu. Dla uderzenia czołowego maksymalne przemieszczenie wynosi około 62 mm, a odkształcenie 5,496. Natomiast dla uderzenia bocznego wartości odpowiednio wynoszą około 68 mm i 1,549. Skupisko najwyższych wartości wyżej wymienionych parametrów koncentrują się w pierwotnym miejscu styku słupa i zderzaka. zarówno w uderzeniu czołowym i bocznym.

## 6. Podsumowanie i wnioski

Cel niniejszej pracy, jakim było stworzenie trójwymiarowego modelu zderzaka auta terenowego, a następnie zbadanie jego właściwości mechanicznych statycznych oraz dynamicznych (podczas zderzenia z przeszkodą) zostały zrealizowane. Napisanie pracy obejmowało zagadnienia z kilku dyscyplin (wytrzymałości materiałów, materiałoznawstwa, mechaniki), rysunku technicznego, MES oraz umiejętności znalezienia i wykorzystania informacji w książkach, artykułach naukowych i normach. Odwzorowano geometrię najdokładniej jak było to możliwe. Zbadano obciążenie statyczne wywierane na podstawie od wyciągarki, obciążenie dynamiczne w przypadku zderzenia słupem w część czołową i boczną oraz wykazano najbardziej newralgiczne punkty. Można przyjąć, że wykonane doświadczenie odwzorowuje sytuację wyciągania auta terenowego, który sam nie może się wydostać z trudnych warunków w off-roadzie, dlatego została wykorzystana symulacja statyczna. Natomiast w sytuacji zderzenia ze słupem została wykonana symulacja zagadnienia dynamicznego.

Wykonane w rozdziale piątym modele obliczeniowe wraz z warunkami brzegowymi oraz przeprowadzonymi symulacjami MES potwierdzają, że stworzony zderzak jest poprawnie wykonany i spełnia wymagania techniczne. W przypadku analizy statycznej największe naprężenia wynosiły około połowy granicy plastyczności materiału, a przemieszczenia i odkształcenia zderzaka były bardzo niewielkie. Niestety przy symulacji dynamicznej naprężenia osiągają wartości około 1000 [MPa], a w związku z tym przemieszczenia i odkształcenia modelu są znaczne. Przy większych prędkościach zderzak odkształca się nieodwracalnie, ale spełnia rolę zabezpieczenia mechanizmów znajdujących się pod maską samochodu.

Potencjalnymi kierunkami rozwoju projektu jest wykorzystanie innych materiałów, zmiany geometrii, na przykład poprzez dodanie uzebrowania od strony wewnętrznej, które nie zwiększyłoby drastycznie masy zderzaka lub wykonać optymalizację topologiczną w celu zmniejszenia ciężaru, przy zachowaniu właściwości mechanicznych. Można również wykonać większą ilość symulacji dynamicznych z elementami o różnej geometrii i właściwościach materiałowych, aby jeszcze wnikliwiej zbadać geometrię i newralgiczne punkty zderzaka.

## **Streszczenie**

Celem niniejszej pracy było zamodelowanie i zbadanie właściwości mechanicznych zderzaka auta terenowego. We wstępie przybliżono historię powstawania zderzaków oraz obowiązujące normy dotyczące geometrii i wymagań wytrzymałościowych. Następnie przedstawiono czynniki wpływające na jego budowę, wykorzystywane materiały oraz proces tworzenia zderzaka w przemyśle jak i modelu 3D. Przybliżono podstawowe zagadnienia wytrzymałościowe oraz wiedzę dotyczącą metody elementów skończonych i ich równań bazowych. Zaprezentowano modele obliczeniowe i wyniki badań wraz z analizą. Pierwsza symulacja obejmowała statyczną próbę obciążenia podstawy pod wyciągarkę. Pokazano najbardziej newralgiczne punkty, wartości współczynnika bezpieczeństwa, naprężeń, rozkładu przemieszczeń i odkształceń. Drugim przeprowadzonym doświadczeniem była dynamiczna symulacja zderzenia czołowego i bocznego modelu z sztywnym słupem przy określonej prędkości. Zostały opisane i omówione skutki deformacji zderzaka. W podsumowaniu przedstawiono wnioski końcowe i perspektywy rozwoju projektu.

## **Abstract**

The purpose of this engineering text was modeling and analyzing mechanical properties of an off-road vehicle bumper. The introduction describes the history of bumper development and applicable standards regarding geometry and strength requirements. Subsequently, factors influencing its construction, the materials used, and the process of creating the bumper in both industry and a 3D model were presented. Fundamental strength concepts and knowledge of the finite element method and its basic equations were introduced. Computational models and research results with analysis were presented. The first simulation involved a static load test on the winch base. The most critical points, values of safety factor, stresses, distribution of displacement and deformations were demonstrated. The second experiment consisted of a dynamic simulation of frontal and side collision with a rigid pole at a specified speed. The effects of the bumper deformation were described and discussed. The summary, final remarks and perspectives for the project's development were presented.

## Literatura

- [1] Henryk Kilar, Homologacja pojazdów samochodowych, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 2005.
- [2] Andrzej Kawalec, Kazimierz E. Oczóś , Kształtowanie metali lekkich, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.
- [3] Leszek Dobrzański, Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo: materiały inżynierskie z podstawami projektowania materiałowego, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, 2002.
- [4] Seweryn Orzełowski, Budowa podwozi i nadwozi samochodowych, Wydawnictwo szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1998.
- [5] Michał E. Niezgodziński, Tadeusz Niezgodziński, Wytrzymałość materiałów, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2010.
- [6] Jerzy Zielnica, Wytrzymałość materiałów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2001.
- [7] Ryszard Grądzki, Wprowadzenie do metody elementów skończonych, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2002.
- [8] Paweł Borkowski, Grzegorz Krzesiński, Piotr Marek, Tomasz Zagrajek, Metoda elementów skończonych w mechanice materiałów i konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2022.
- [9] Jan Sikora, Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych, Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin 2011.

## Specyfikacja techniczna

- [10] PN-87/S-48030 “Sprawdzenie zabezpieczenia pojazdu podczas zderzenia przy małej prędkości”.
- [11] PN-86/S-48015 “Odporność nadwozia na uderzenia różnokierunkowe”.
- [12] PN-S-48051 “Wystające części zewnętrzne nadwozia”.

## Źródła internetowe

- [13] <https://knaufautomotive.com/pl/od-zderzakow-metalowych-po-plastikowe/> (dostęp dnia: 17.01.2024).
- [14] <https://allegro.pl/artukul/metalowe-zderzaki-aby-terenowka-stala-sie-pancernikiem-48411> (dostęp dnia: 17.01.2024).

- [15] [https://autokult.pl/samochod-terenowy-podstawy-czesc-2\\_6808010426050689a](https://autokult.pl/samochod-terenowy-podstawy-czesc-2_6808010426050689a) (dostęp dnia: 17.01.2024).
- [16] <https://www.off-road.pl/zderzaki-skrzynkowe-i-plyty-oslonowe/> (dostęp dnia: 17.01.2024).
- [17] <https://www.autodesk.pl/> (dostęp dnia: 17.01.2024).
- [18] [https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo\\_Hooke%E2%80%99a](https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo_Hooke%E2%80%99a) (dostęp dnia: 17.01.2024).