

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I ZARZĄDZANIA
MECHANIKA I BUDOWA MASZYN

INŻYNIERSKA PRACA DYPLOMOWA

**MODELOWANIE I ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI
MECHANICZNYCH PŁYTY PANELOWEJ
Z RDZENIEM W KSZTAŁCIE PŁASTRA MIODU**



Promotor:

dr hab. Tomasz Stręć, prof. nadz. PP

Poznań 2016

Spis treści

SPIS TREŚCI	- 2 -
1. WSTĘP	- 3 -
2. CHARAKTERYSTYKA WSPÓŁCZESNYCH PŁYT WARSTWOWYCH	- 5 -
2.1 BIOMIMETYKA.....	- 5 -
2.2 MATERIAŁY KOMÓRKOWE	- 5 -
2.3 KONSTRUKCJE TRÓJWARSTWOWE	- 9 -
2.4 KRATOWNICE	- 11 -
2.5 MATERIAŁY KOMPOZYTOWE I GRADIENTOWE.....	- 17 -
3. WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNE	- 19 -
4. METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH	- 29 -
5. OPIS PROBLEMU	- 33 -
5.1 MODEL PŁYTY PANELOWEJ Z RDZENIEM W KSZTAŁCIE PŁASTRA MIODU	- 33 -
5.2 DANE POCZĄTKOWE	- 37 -
6. WYNIKI SYMULACJI	- 39 -
6.1 ANALIZA PRZEMIESZCZEŃ I NAPRĘŻEŃ PODCZAS ŚCISKANIA	- 39 -
6.2 ANALIZA PRZEMIESZCZEŃ I NAPRĘŻEŃ PODCZAS ZGINANIA.....	- 43 -
6.3 ANALIZA CZĘSTOTLIWOŚCI REZONANSOWYCH	- 49 -
7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI	- 57 -
LITERATURA	- 59 -
STRESZCZENIE	- 62 -
ABSTRACT	- 62 -

1. Wstęp

Ludzie od wieków obserwują otaczający ich świat i wyciągnięte z nich wnioski starają się łączyć z postępem technologicznym. Jednym z największych wynalazków, który swoje korzenie czerpie z natury jest samolot. Zespół cech, elementów konstrukcyjnych czy sam kształt został odwzorowany z obserwacji jego naturalnego odpowiednika ptaka. Mityczny Dedal, Leonardo da Vinci a następnie współcześni inżynierowie wciąż po mimo upływu tylu lat nie mogą osiągnąć perfekcji fizycznej w przestworzach jaką posiadają ptaki. Dążenie do projektowania coraz ekonomiczniejszych i bardziej sprawnych maszyn nadal zmusza konstruktora XXI wieku do obserwacji naturalnego środowiska i ciała ptaka, mimo że wykorzystał już wiele jego naturalnych cech.

Ciągły postęp technologiczny umożliwia coraz to dokładniejsze i efektywniejsze badania. W XVII wieku, dzięki udoskonaleniu mikroskopu można było dokładniej przyjrzeć się strukturą różnych materiałów. Robert Hooke'a analizując strukturę korka wprowadził takie pojęcie jak komórka, które było prekursorem do dzisiejszych badań nad nowoczesnymi strukturami naturalnych materiałów komórkowych. Zastosowanie tych badań można znaleźć w konstrukcjach współczesnych płyt panelowych.

Przedmiotem prezentowanej pracy jest analiza właściwości mechanicznych płyty warstwowej oraz jej wariantów, której rdzeń zbudowany jest na kształt plastra miodu. Pierwszym etapem pracy było stworzenie modeli różnych wariantów płyty w programie SOLIDWORKS 2014 a następnie wykonanie obliczeń symulacyjnych w programie COMSOL Multiphysics 5.1 z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Badaniom podlegał wpływ zaaplikowanych obciążeń na wartości przemieszczenia i naprężenia w zaprojektowanych czterech wariantach płyty, różniących się wielkością średnicy rdzenia.

Praca została podzielona na dwie zasadnicze części: teoretyczną oraz projektową w skład których wchodzi:

Teoretyczna opisująca:

- charakterystykę współczesnych płyt warstwowych oraz struktur komórkowych
- konstrukcje kratowe

- współczesne technologie wykonania oraz materiały
- wybrane zagadnienia z wytrzymałości materiałów
- opis metody elementów skończonych

Projektową, w której zakres wchodzi:

- zamodelowanie płyty warstwowej z rdzeniem typu HONEYCOMB
- wykonanie symulacji oraz obliczeń w programie COMSOL MULTIPHYSICS 5.1

2. Charakterystyka współczesnych płyt warstwowych

2.1 Biomimetyka

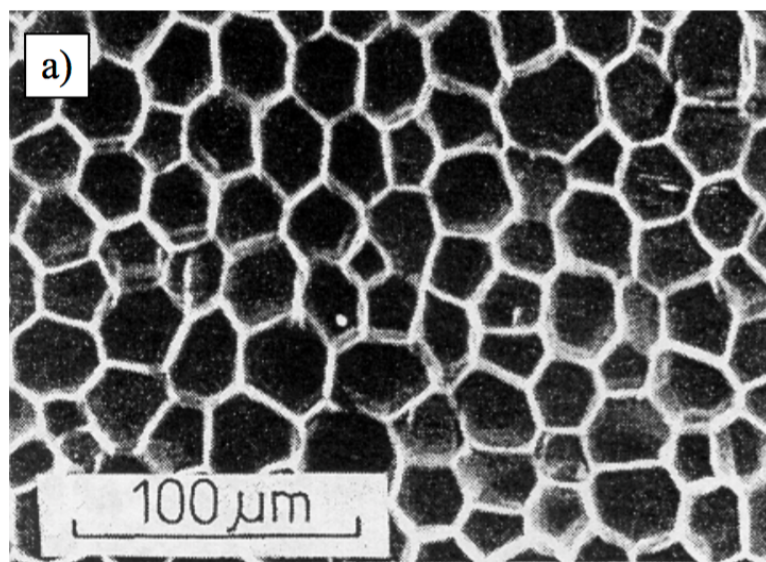
Środowisko naturalne od wieków jest inspiracją dla inżynierów i wynalazców. Miliony lat ewolucji sprawiły, iż stał się to wzór niemal idealny, jednak wciąż w większości przypadków niemożliwy do osiągnięcia. Czerpanie inspiracji z natury a następnie wdrożenie takiego rozwiązania w życiu codziennym stawia bardzo duże wyzwanie i generuje wiele problemów. Bardzo prężnie rozwijającą się dyscypliną naukową, która dąży do jak najefektywniejszego wykorzystania zjawisk naturalnych jest biomimetyka. Jest to nauka zajmująca się rozwojem materiałów, rozwiązań technicznych i procesami jakie zachodzą w naturze. Prekursorem tego kierunku jest biolog Julian Vincent z Uniwersytetu w Bath. Biomimetyka na nowo stwarza pogląd na naturę, która pozwala wyodrębnić i wykorzystać rozwiązania najbardziej efektywne i ekonomiczne, rozwijające się w sposób naturalny przez wiele lat. Współcześnie nie tylko inżynierowie korzystają z dobrodziejstw natury jako fundamentu do stworzenia lub unowocześnienia jakiejś struktury. W naukach technicznych jest inspiracją dla budownictwa czy inżynierii, natomiast z powodzeniem można też zaliczyć do tych dyscyplin naukowych nauki społeczne. Obserwacja zachowania zwierząt i owadów w grupie od dawna wykorzystywana jest w badaniach nad udoskonaleniem sposobu zarządzania zasobami ludzkimi [4].

2.2 Materiały komórkowe

Jednymi z najbardziej popularnych materiałów komórkowych, które stoją za postępem technologicznym są struktura kory drzewa, łodyga rośliny czy kość. Komórka z definicji jest zamkniętą przestrzenią lub małym przedziałem [13]. Praktycznie wszystkie materiały zbudowane są z wielu komórek, które dopiero jako zespół dają pożądane efekty.

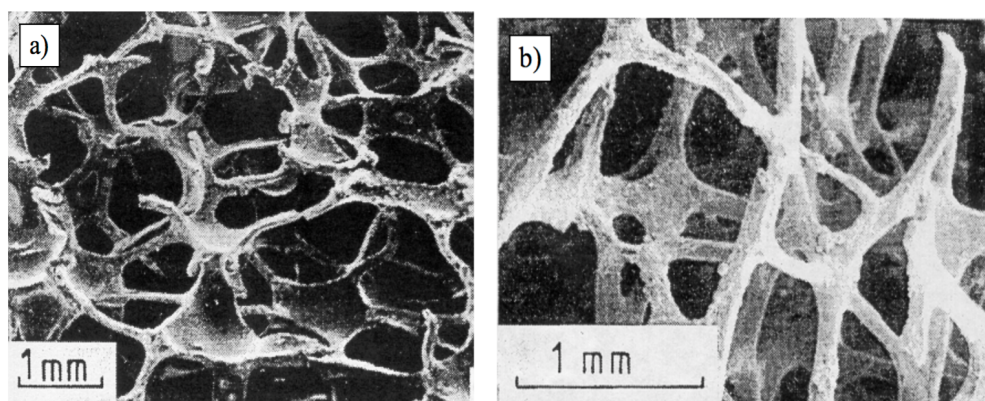
Przez ostatnie lata można zaobserwować znaczący wzrost zainteresowaniem grupą materiałów nieciągłych. Wypełnienie przestrzenne materiałem modelu geometrycznego jest niejednorodne, co jest całkowitym zaprzeczeniem podstawowego modelu ciągłego wykorzystywanego w mechanice ciał odkształcalnych [6]. Grupa takich materiałów reprezentowana jest przez strukturę porowatą czy piankową. Materiały porowate charakteryzują się wysokim udziałem objętościowym porów, sięgającym nawet 70 % [2]. Dzięki takiej budowie, materiały te osiągają dużą wytrzymałość przy zachowaniu niskiej wagi. Wykorzystanie otwartej struktury porów o ciągłej budowie w połączeniu z innym materiałem

daje możliwość stworzenia materiału kompozytowego. Bardzo dobrym przykładem takiego rozwiązania jest budowa kory drzewa czy też kości, które są przedstawicielami naturalnych struktur kompozytowych. Przeprowadzone badania wytrzymałościowe wykazały, że drewno wykazuje znacząco lepsze wartości sztywności i wytrzymałości podłużnej w stosunku do kierunku poprzecznego. Rysunek 1 przedstawia strukturę drzewa, którego komórki w kierunku poprzecznym mają kształt heksagonalny i układają się osiowo. Porównując wytrzymałość drewna do elementów metalowych, jest ona znacząco niższa, ale gdy pod uwagę zostanie wzięta mniejsza gęstość drewna, okazuje się, że materiał pod względem wytrzymałościowym wypada nawet korzystniej od wytrzymałości stali [6].



Rysunek 1. Struktura kory dębu [11]

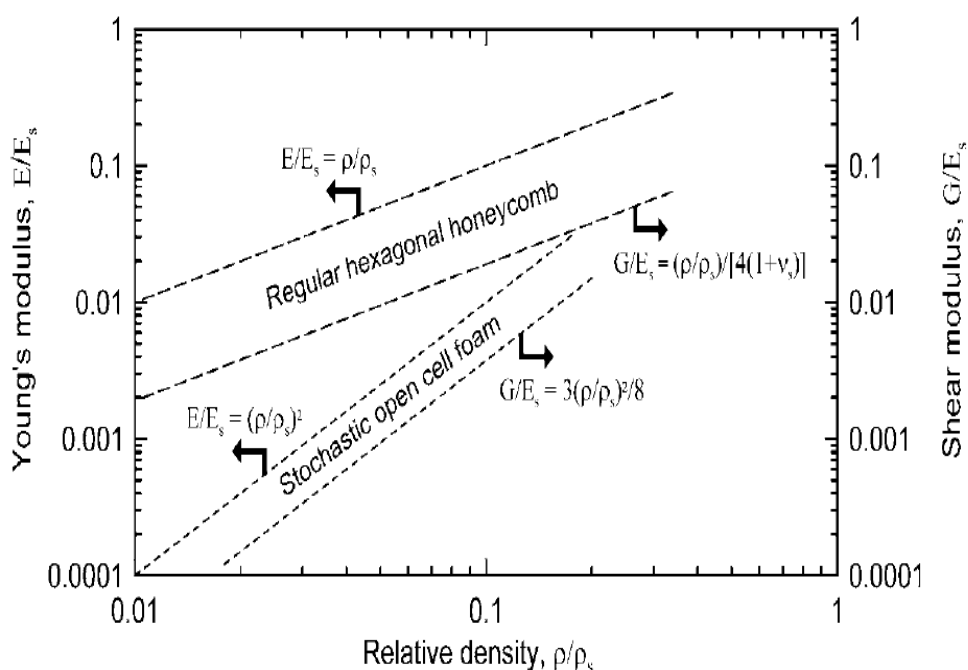
Przedstawione wyżej ułożenie czy kształt komórek było podstawą do rozwoju syntetycznych materiałów komórkowych takich jak pianki czy laminaty tekstylne. Obecnie najbardziej popularne i korzystne cenowo są pianki wykonane z materiałów polimerowych. Charakteryzują się stochastyczną budową i zaliczane są do materiałów nieciągłych. Na rysunku 2 przedstawiono struktury materiałów porowatych naturalnych oraz sztucznie wytworzonych przez człowieka. Sztuczne pianki inspirowane naturalnymi odpowiednikami wytwarzane są w procesie spieniania materiału [4].



Rysunek 2. Materiały porowate: a) Nikiel, b) kość [11]

Metody spieniania można podzielić na fizyczne (ciekłe lub gazowe) oraz chemiczne, w których podczas procesu spieniania należy dostarczyć energię (endotermiczne) lub ciepło się wydziela (egzotermiczne). Warto zauważyć, że struktura porowata poza zastosowaniem jako materiału konstrukcyjnego stwarza możliwość wykorzystania otwartych struktur porowatych. Uzupelnienie otwartych porów o odpowiednią ciecz czy gaz otwiera drogę do wykorzystania go w kolejnych gałęziach życia codziennego [5]. Ciągłe doskonalenie procesu spieniania w przyszłości stworzy z pewnością kolejne możliwości, jednak obecnie największym problemem w wytwarzaniu tego typu struktur jest zdolność do powtarzania kształtu i rozmiarów komórek składających się na rdzeń. Ograniczona kontrola tego procesu powoduje powstawanie niejednorodności i wad strukturalnych. Wykorzystanie materiału porowatego jako bazy wprowadza problem z uzyskaniem jednakowych właściwości wytrzymałościowych na całym obszarze rozpatrywanego elementu. Jeżeli kryteria doboru rdzenia opierałyby się na powyższych wymaganiach, znacząco lepszym rozwiązaniem jest wykorzystanie struktury opartej na rdzeniu w kształcie plastra miodu. Konstrukcje tego typu wykorzystywane są z powodzeniem w nowoczesnych płytach trójwarstwowych czy też w różnego rodzaju pochłaniaczach energii [13]. Charakteryzują się małą gęstością oraz dużą sztywnością. Mechaniczne metody produkcji tego typu rdzeni zapewniają dużo lepsze zdolności do powtarzania własności wymiarowych czy zachowania kształtu. Pomijając błędy maszyn obróbczych czy też materiału wyjściowego, możliwa jest produkcja tego typu elementów na skale przemysłową z zachowaniem wymaganych standardów. Parametrami jakie mogą zakłócić zdolność do powtórzenia identycznego modelu są jedynie błędy spowodowane maszyną obróbczą czy też przetwarzanego materiału.

Różnice w właściwościach pomiędzy stochastycznymi piankami a strukturą plastra miodu przedstawia rysunek 3. Moduł Younga, Kirchoffa i gęstość oznaczone są odpowiednio przez E , G i ρ . Dla materiału porowatego z którego wykonana jest struktura parametry ρ_s i E_s są odpowiednio gęstością i modułem Younga. Zawartość materiału stałego w strukturze opisana jest przez zależność gęstości względnej ρ/ρ_s , natomiast porowatość określana jest jako $1-\rho/\rho_s$.

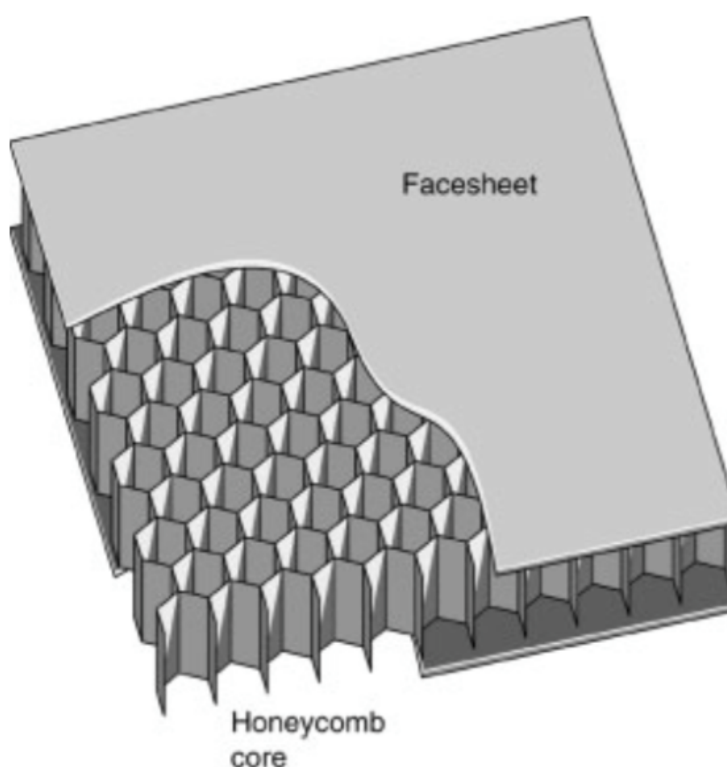


Rysunek 3. Porównanie właściwości wytrzymałościowych struktur otwartych i heksagonalnych w kształcie plastra miodu [12]

Analizując omawiany wykres, należy zauważyć, że struktura heksagonalna plastra miodu cechuje się znacząco większym modułem Younga od materiałów porowatych. Przeprowadzone badania wytrzymałościowe dowiodły, że struktury o regularnej budowie charakteryzują się mniejszymi wartościami naprężeń rozciągających i ściskających [12]. Duży wpływ na uzyskane wyniki ma gęstość, charakter ukształtowania materiału już na etapie komórkowym czy też wady materiałowe.

2.3 Konstrukcje trójwarstwowe

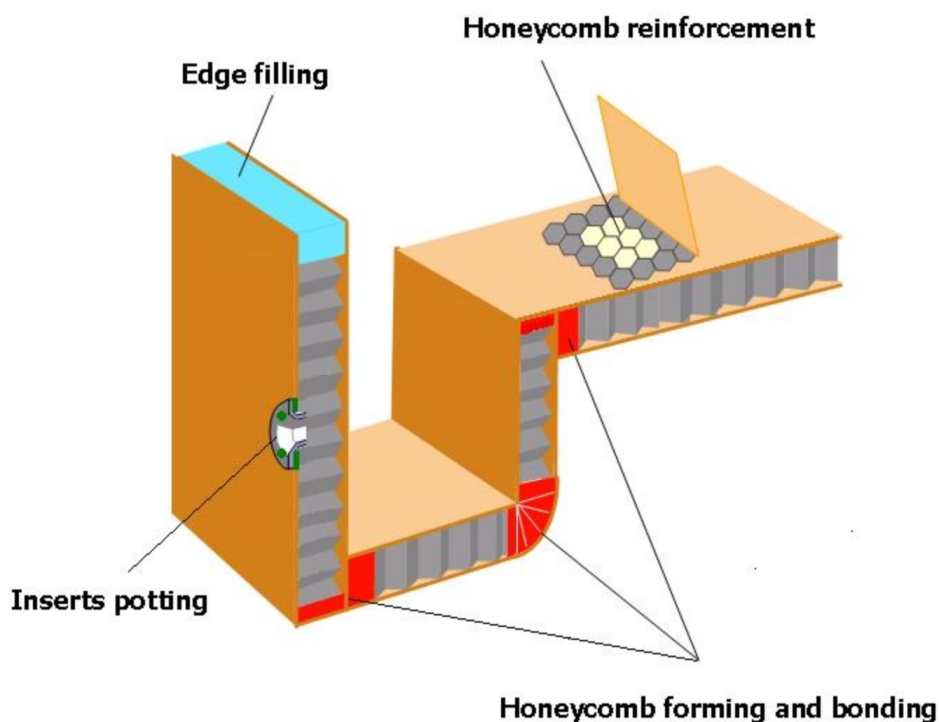
W naturze można znaleźć wiele przykładów zwierząt i ptaków, których budowa narządów cechuje się konstrukcją przekładkową [4]. Najbardziej rozpowszechnioną płytą warstwową, jest konstrukcja trójwarstwowa składająca się z zewnętrznych cienkich paneli wykonanych z materiału o wysokich właściwościach mechanicznych oraz rdzenia znajdującego się pomiędzy okładzinami. Rysunek 4 przedstawia budowę konstrukcji typu „sandwich”. Materiał rozdzielający wykonany jest z materiału o małej gęstości w celu zredukowania masy rozpatrywanego modelu. W większości przypadków zewnętrzne warstwy wykonane są ze stali czy aluminium zapewniając tym samym dużą odporność na zginanie. Odpowiednio dobrana warstwa środkowa ma za zadanie przenoszenie obciążeń oraz nadanie wymaganej sztywności [6].



Rysunek 4. Konstrukcja płyty warstwowej z rdzeniem w kształcie plastra miodu [12]

Początkowo na materiał wypełniający stosowano różnego rodzaju pianki, które po przez odpowiednio dużą grubość nadawały konstrukcji jedynie sztywność. Takie rozwiązania bardzo dobrze sprawdzały się w konstrukcjach od których oczekiwano dobrego tłumienia drgań czy

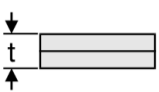
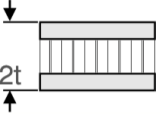
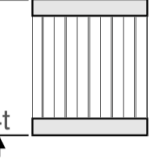
też wysokich wartości termoizolacyjnych ale rozwój przemysłu inżynierskiego oczekiwał czegoś więcej [17]. Zaczęto stosować wypełniacze sztywne, które zapewniały przenoszenie dużych obciążeń oraz dzięki specjalnie uformowanej konstrukcji rdzenia umożliwiały również prowadzenie różnego rodzaju instalacji. Konstrukcje tego typu dzięki wysokiej efektywności zaczęto stosować w przemyśle lotniczym i astronautycznym na poszycie konstrukcji. Użycie konstrukcji typu „sandwich” znacząco obniżyło masę samolotu co pozwoliło drastycznie zmniejszyć zużycie paliwa i zwiększyć rentowność podróży dalekosiężnych [21]. Na rysunku 5 pokazano fragment poszycia samolotu, w którym wykorzystano wyżej przedstawione rozwiązanie.



Rysunek 5. Wykorzystanie struktur warstwowych w przemyśle lotniczym [29]

Duża odporność na obciążenia zmęczeniowe czy znakomity stosunek masy do obciążenia sprawił, że konstrukcje tego typu coraz częściej i w szerszym zakresie znajdują praktyczne zastosowanie. Rysunek 6 przedstawia porównanie konstrukcji jednowarstwowych z nowoczesnymi panelami wielowarstwowymi. Analizie poddane były sztywność i

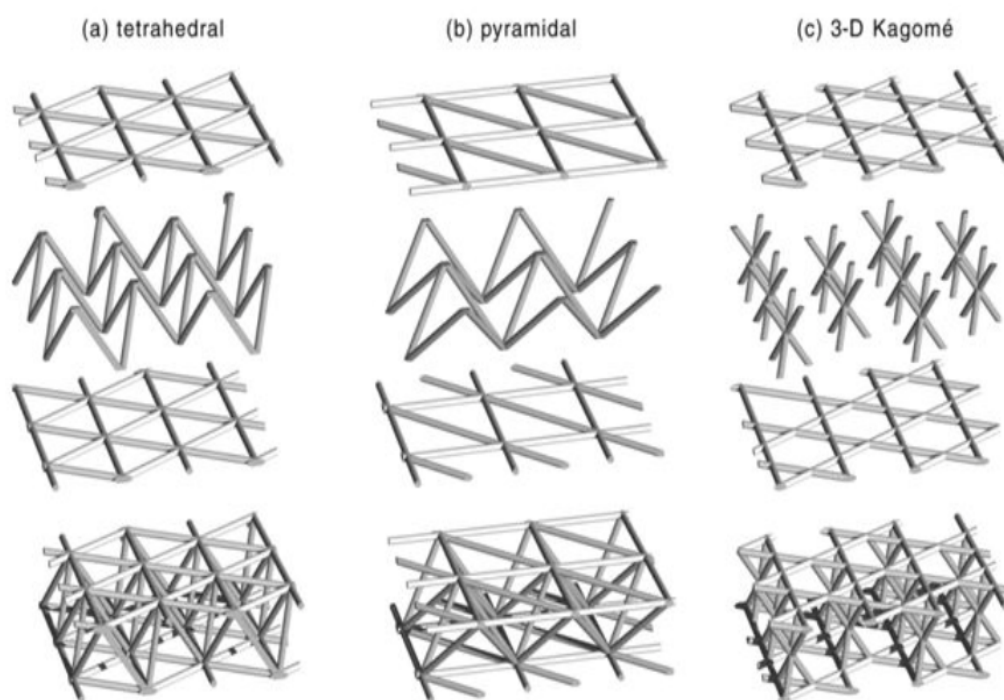
wytrzymałość na zginanie z uwzględnieniem masy. Z uzyskanych wyników widać, że przy niewielkim wzroście wagi elementu sztywność i wytrzymałość na zginanie wzrasta nieporównywalnie bardziej na korzyść konstrukcji trójwarstwowej, potwierdzając tym samym wyżej opisane zalety.

	Solid Material	Core Thickness t	Core Thickness $3t$
			
Stiffness	1.0	7.0	37.0
Flexural Strength	1.0	3.5	9.2
Weight	1.0	1.03	1.06

Rysunek 6. Porównanie konstrukcji jednowarstwowej z panelami trójwarstwowymi [22]

2.4 Kratownice

Konstrukcje budowlane oparte na strukturze kratownic od wieków z powodzeniem spełniają swoją funkcję wykazując bardzo dobre właściwości wytrzymałościowe w stosunku do masy. Charakterystyka tego rozwiązania idealnie wkomponowała się w definicje współczesnych płyt panelowych. Zachowana została oryginalna forma, która przez wieki analizowana była na podstawie dużych odpowiedników jakimi są mosty czy wieże transmisyjne. Zmianie uległ jedynie rozmiar. Przeprowadzone badania wykazują, że struktury warstwowe oparte o rdzeń w kształcie kratownicy są porównywalnie wytrzymałe i lekkie jak te wykonane z rdzenia w kształcie plastra miodu. Przykładowe struktury oparte o rdzeń w kształcie kratownicy przedstawia rysunek 7.

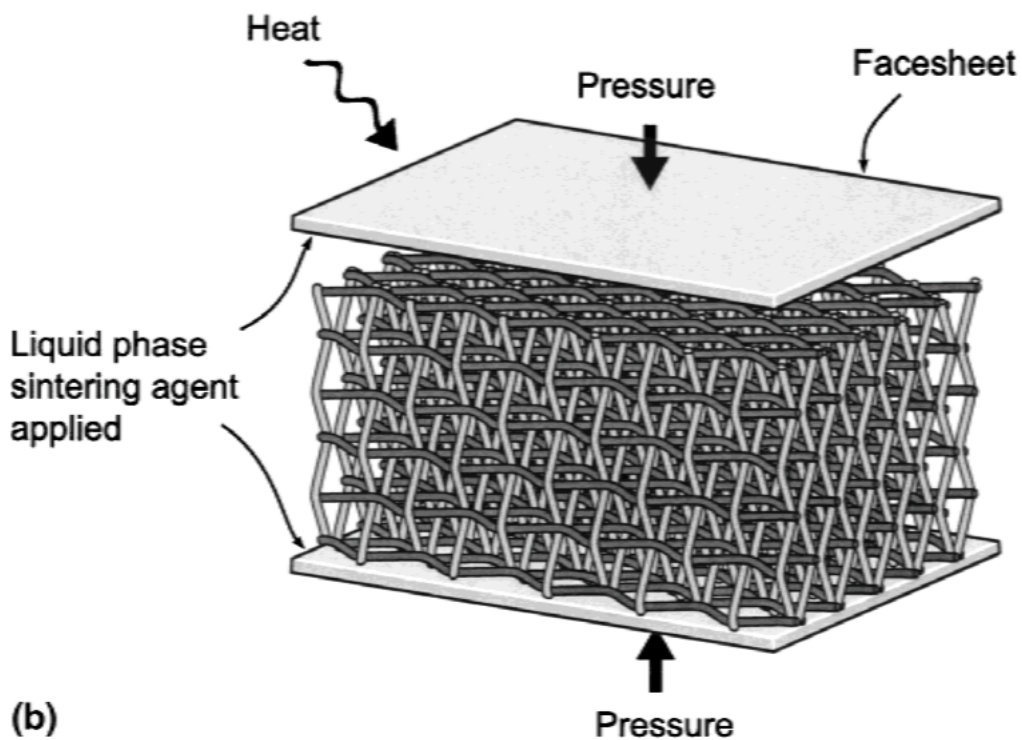


Rysunek 7. Przykładowe struktury z rdzeniem typu kratownica [21]

Uzyskanie satysfakcjonujących wyników, wiąże się z koniecznością stworzenia optymalnego procesu technologicznego w zakresie produkcji. Pierwszymi metodami produkcji tego typu konstrukcji było odlewanie, wtryskiwanie czy użycie druku 3D. Mimo, że tak wytworzone modele posiadały lepsze właściwości wytrzymałościowe w stosunku do konstrukcji opartych o rdzenie z pianek, to nie wykorzystywały całego swojego potencjału i wykazywały podobne problemy z uzyskaniem jednolitych struktur jak stochastyczne odpowiedniki. Wąski zakres stosowalnych materiałów i uzyskanie jednolitej struktury w metodzie odlewania zmusił inżynierów do opracowania innych metod wytwarzania aby w pełni wykorzystać tego typu konstrukcje.

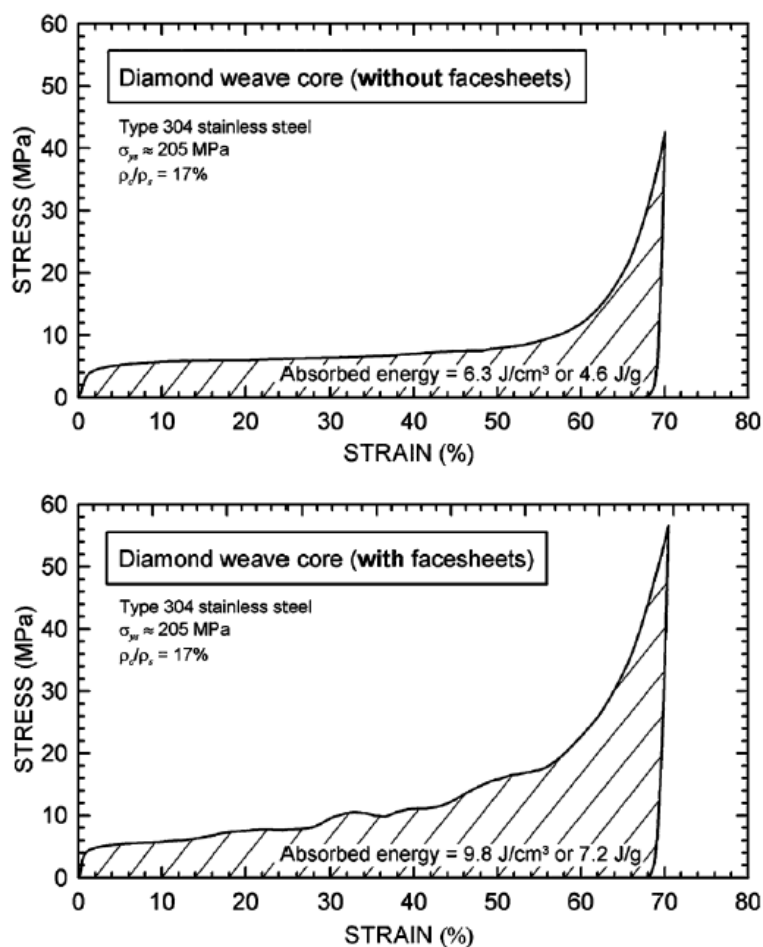
Do produkcji kratownic zaczęto stosować laminaty tekstylne. Szeroki zakres materiałów, które są produkowane w postaci drutu oraz praktycznie dowolne formowanie zaplotu znacznie zwiększa zakres stosowalności. Problemem w takich rozwiązaniach jest uzyskanie odpowiedniej grubości warstwy, ponieważ zakończenie metalowych splotów nie jest związane

z materiałem płyty zewnętrznej. Rysunek 8 przedstawia płytę warstwową uzyskaną metodą zaplecionych drutów oraz sposób łączenia rdzenia z warstwą wierzchnią metodą zgrzewania.



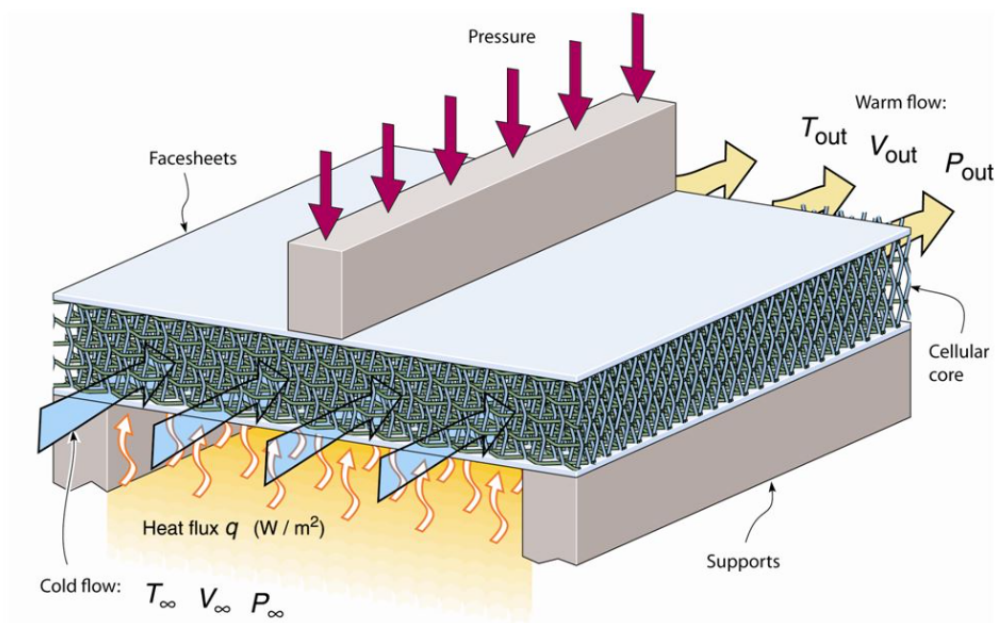
Rysunek 8. Formowanie rdzenia metodą zaplecionych drutów [14]

Struktury tego typu charakteryzują się dużą wytrzymałością na ściskanie oraz absorpcją energii [13]. Pominięcie w procesie wytwarzania zewnętrznych okładzin znacząco wpływa na uzyskane wyniki co przedstawia rysunek 9.



Rysunek 9. Wpływ okładzin zewnętrznych na właściwości wytrzymałościowe [15]

Płyty panelowe odznaczają się nie tylko bardzo dobrym stosunkiem masy do przenoszonych obciążeń. Powszechnie konstrukcje warstwowe stosowane są również jako wymienniki ciepła, które znalazły zastosowanie w takich urządzeniach jak klimatyzatory czy radiatory. Otwarta struktura rdzenia przechwytuje ciepło z ogrzanych okładzin a następnie powietrze wydalone jest na zewnątrz. Rysunek 10 przedstawia uproszczoną zasadę działania tego typu urządzeń. Bardzo ważnym czynnikiem podczas projektowania, jest dobór odpowiedniego materiału. Najlepiej nadają się materiały typu aluminium czy miedź, które charakteryzują się wysoką przewodnością cieplną.

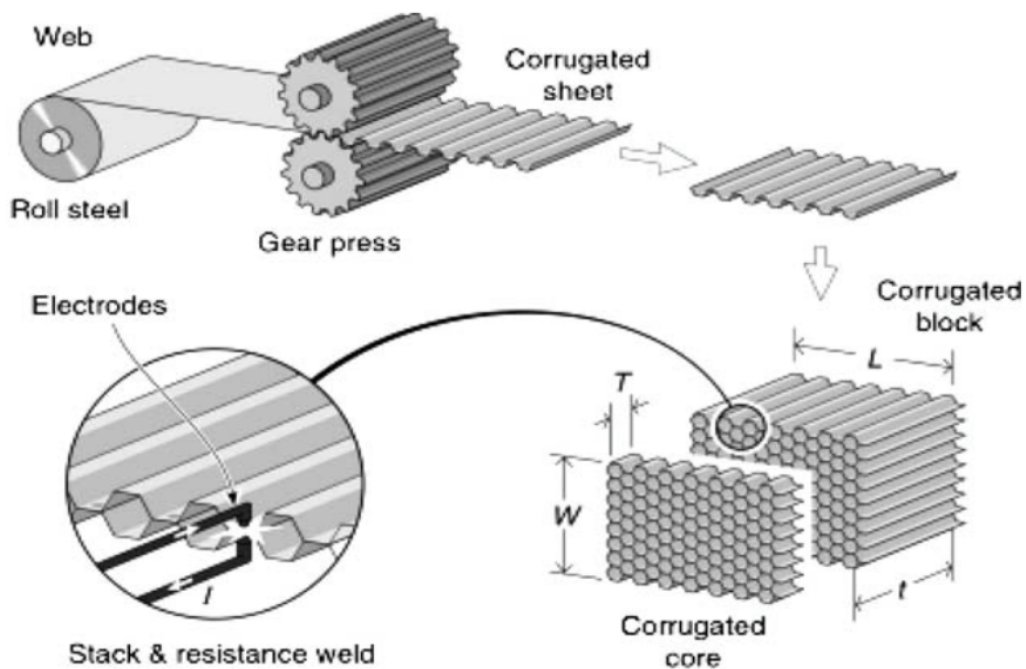


Rysunek 10. Wykorzystanie struktury warstwowej jako wymiennik ciepła [16]

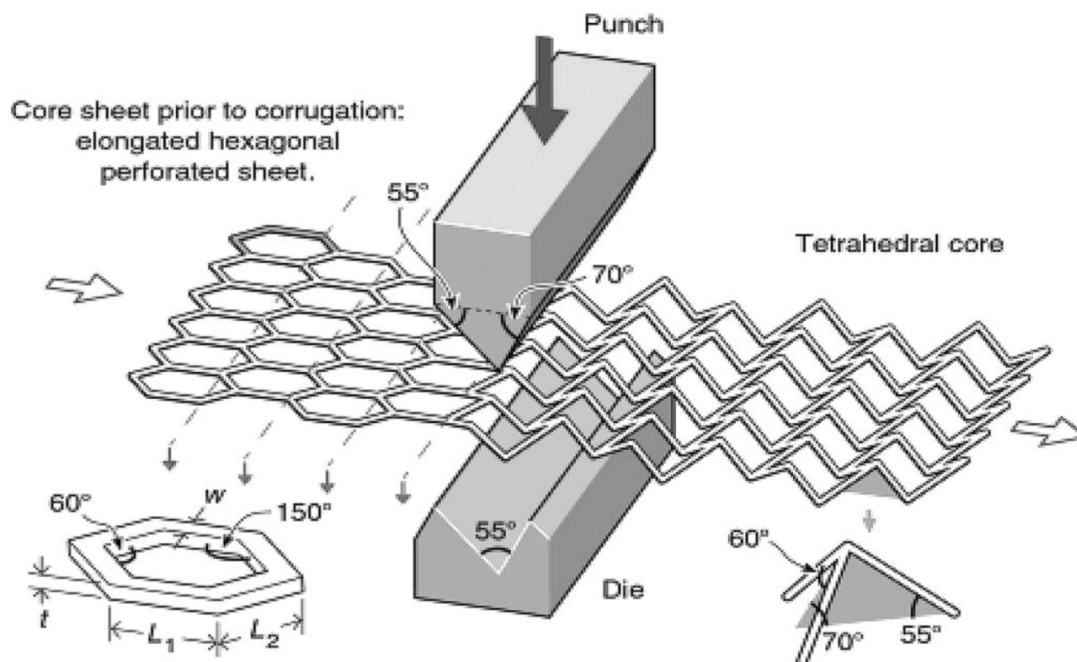
Modele o takim splocie posiadają większą gęstość niż przy stochastycznych piankach co korzystnie wpływa na osiągnięte parametry.

Obecnie często spotykanym sposobem wytwarzania rdzeni o otwartych strukturach komórkowych są metody polegające na odpowiednim kształtowaniu arkuszy blachy. Rysunek 11 przedstawia schemat kształtowania rdzenia w postaci plastra miodu. Pobrany arkusz blachy jest fałdowany na wymagany kształt i wymiar a następnie gotowe płachty łączone są ze sobą po przez spawanie lub zgrzewanie.

Innym sposobem wytwarzania jest proces zgniatania pod odpowiednim kątem gotowych wzorów rdzeni [18]. Metoda ta stosowana jest w przypadku konstrukcji z rdzeniem w formie kratownicy i struktur podobnych przedstawionych na rysunku 12. Podczas przeprowadzania testów tą metodą zauważono, iż podczas deformacji elementy rdzenia nierównomiernie się odkształcały, podobnie jak przy odlewaniu. Elementy aluminiowe wytworzone tą metodą wykazywały podatność na pękanie. Rozwiązaniem okazało się przeprowadzić zabieg wyżarzania w celu zminimalizowania podatności na pękanie. Łączenie rdzenia z płytą wierzchnią uzyskuje się w próżni.



Rysunek 11. Proces kształtowania rdzenia w kształcie plastra miodu [18]

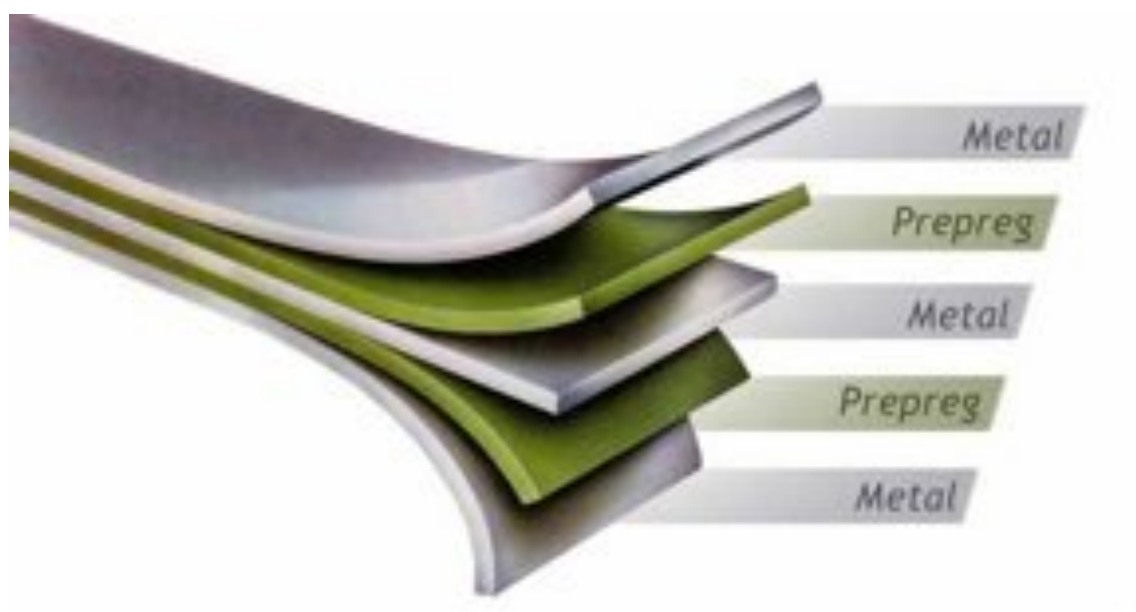


Rysunek 12. Proces kształtowania rdzenia metodą zgniatania [18]

2.5 Materiały kompozytowe i gradientowe

Znaczący postęp technologiczny oraz coraz bardziej rygorystyczne wymagania przemysłu zmusiły inżynierów do opracowania bardziej zaawansowanych materiałów. Należało tak ukształtować materiał, aby jak najefektywniej go wykorzystać w przenoszeniu obciążeń. Materiał kompozytowy jest połączeniem kilku materiałów, które samodzielnie nie charakteryzują się szczególnymi właściwościami. Dopiero zestawienie razem minimalizuje ich wady a struktura kompozytowa posiada lepsze właściwości niż tworzące ją materiały osobno [6].

Materiał kompozytowy zbudowany jest z dwóch faz. Osnowa stanowi jednolitą strukturę, natomiast za nadanie wymaganych właściwości wytrzymałościowych w kierunku działania obciążenia odpowiada wzmocnienie. Odpowiednie skojarzenie materiałów zapewnia wysokie właściwości wytrzymałościowe przy zachowaniu małego ciężaru właściwego. Szeroka gama materiałów możliwych do łączenia umożliwia stworzenie kompozytu, który będzie wykazywał wysoką odporność na korozję a nawet właściwości dotąd nieznanne. Do wad takich struktur należy zaliczyć losową powtarzalność wyrobu czego następstwem mogą być różne właściwości kompozytów opartych na tych samych materiałach. Prosta technologia wytwarzania i szereg korzystnych właściwości sprawiła, że kompozyty wykorzystywane są w coraz większej gałęzi przemysłu. Grupa tych materiałów znalazła dużego odbiorcę w postaci przemysłu lotniczego. W nowych modelach Airbus 380 i Boeig 787 zastosowano materiał o nawie przemysłowej „glare” („GLAss-REinforced Fibre Metal Laminate, FML) [6]. Materiał zbudowany jest z cienkich warstw aluminium, z kompozytowymi warstwami wzmocnionymi włóknami szklanymi w osnowie epoksydowej. Ukierunkowanie w stronę przenoszonych przez kadłub samolotu obciążeń włókien szklanych sprawiło, że materiał wykazuje dużą odporność na odkształcenia lokalne spowodowane uderzeniem. Rysunek 13 przedstawia strukturę materiału. Struktura ta jest odpowiednikiem klasycznej płyty wielowarstwowej z korzystnymi właściwościami materiałów kompozytowych.



Rysunek 13. Budowa materiału typu glare [23]

Jedną z najnowszych grup materiałów stanowią materiały gradientowe (Functionally Graded Materials FGMs). Struktura została rozwinięta w Japonii w latach 80 XX wieku, kiedy szukano odpowiedniego tworzywa na poszycie pojazdu kosmicznego, który miał pracować w dużym gradiencie temperatur [6]. Celem rozwijania tej technologii było wykorzystanie jej w konstrukcjach cienkościennych takich jak płyty czy powłoki. Cechą charakterystyczną jest to, że od gęstości materiału zależą właściwości jakie będzie posiadał materiał w jednym określonym kierunku.

3. Właściwości mechaniczne

W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną wybrane zagadnienia z wytrzymałości materiałów. Omówione zostaną podstawowe definicje, które posłużyły do opisu omawianego problemu. Treść tego działu omówiona została na podstawie literatury: [1,3,7-10,19] oraz dodatkowych grafik zawartych w literaturze.

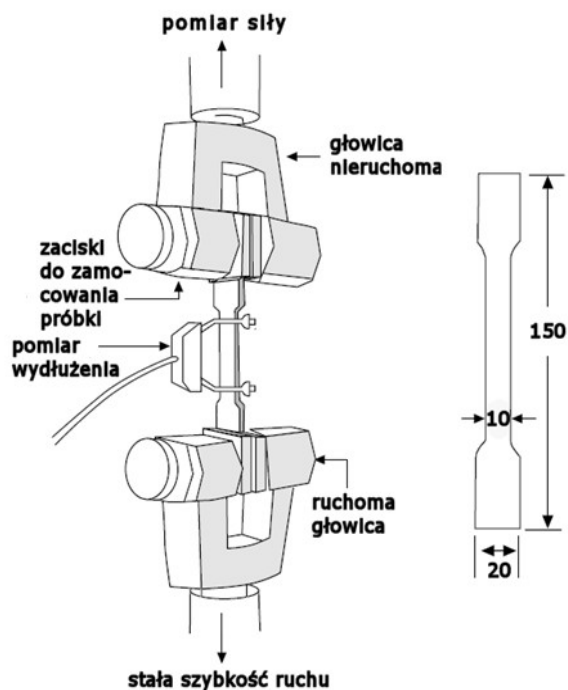
Wytrzymałość materiałów opiera się na mechanice ciała odkształcalnego. Podstawą są prawa statyki oraz wnioski z prowadzonych doświadczeń. Statyczna próba rozciągania jest podstawowym doświadczeniem, która określa zależność między naprężeniem a odkształceniem. Doświadczenie to jest podstawowym źródłem informacji o właściwościach wytrzymałościowych danego materiału.

Prawo Hooke'a określa związek fizyczny pomiędzy naprężeniem a odkształceniem. Nazwa pochodzi od nazwiska angielskiego uczonego Roberta Hooke'a. Definicja ta została opracowana w 1678 roku i do tej pory uważana jest za najważniejsze sformułowanie występujące w wytrzymałości materiałów.

Statyczna próba rozciągania wykonywana jest na zrywarkach z możliwością komputerowej rejestracji oraz opracowaniem wyników. Na rysunku 14 przedstawiona została przykładowa próbka, oraz schemat procesu rozciągania.

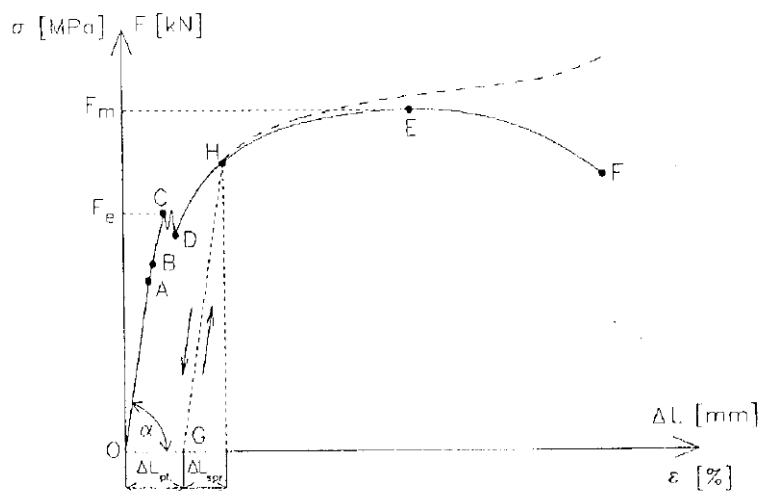
Znormalizowana próbka z określoną prędkością zostaje rozciągana. Podczas badania rejestrowane jest wydłużenie próbki oraz siły rozciągające. Wynikiem statycznej próby rozciągania jest krzywa naprężenia przedstawiona na rysunku 15.

Wykres przedstawia zależność odkształcenia ϵ i naprężenia σ lub funkcję wydłużenia ΔL i siły F . W zależności od rozpatrywanego materiału kształt krzywej jest różny.



Rysunek 14. Schemat statycznej próby rozciągania oraz przykładowa próbka [24]

Zakres stosowalności prawa Hooke'a obowiązuje do punktu A. Można zauważyć liniową zależność pomiędzy obciążeniem a odkształceniem. W tym zakresie wydłużenie próbki jest niewielkie a odciążenie siły spowoduje jej powrót do początkowych wymiarów. Obowiązuje tutaj zakres odkształceń sprężystych.



Rysunek 15. Wykres rozciągania stali węglowej [8]

Ciągły wzrost obciążenia powoduje powstawanie odkształceń plastycznych, które zaczynają się w punkcie B. Charakterystycznym miejscem na wykresie jest początek przyrostu wydłużenia, które nazywane jest płynięciem materiału. Siła rozciągająca przestaje wzrastać a nawet ulega zmniejszeniu w punkcie C. Kolejny wzrost obciążenia powoduje umocnienie materiału wraz z wydłużeniem o charakterze plastycznym. Pojawienie się w próbce przewężenia tzw. szyjki oznacza osiągnięcie maksymalnego obciążenia. Następstwem tego jest zerwanie próbki z powodu znacznie mniejszego pola powierzchni przekroju. Jednorodny jednoosiowy rozkład naprężeń utrzymuje się do momentu pojawienia się odkształceń, później rozkład jest już znacząco bardziej złożony. Rzeczywisty stan przedstawiony na wykresie jest za pomocą przerywanej linii. Odcinek HG powstaje po odciążeniu próbki obciążeniem. Trwały przyrost długości rozpatrywanej próbki oznaczony jest przez ΔL_{pi} . Punkt H prezentuje sumę odkształcenia sprężystego i plastycznego. Jak już wcześniej wspomniano odcinek OA przedstawia zakres stosowalności prawa Hooke'a, co odpowiada liniowej zależności obciążenia od wydłużenia i opisany jest wzorem:

$$\sigma = E * \epsilon$$

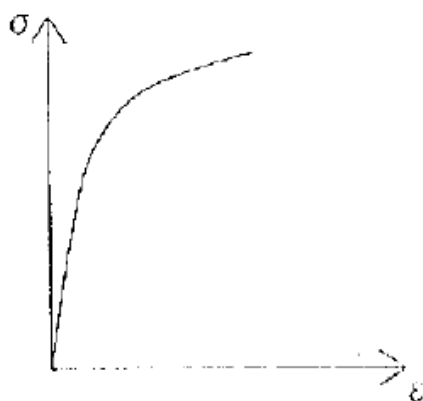
gdzie:

σ - oznaczają naprężenia i wyrażane są stosunkiem działającej siły do przekroju początkowego próbki

ϵ - wydłużenie względne próbki

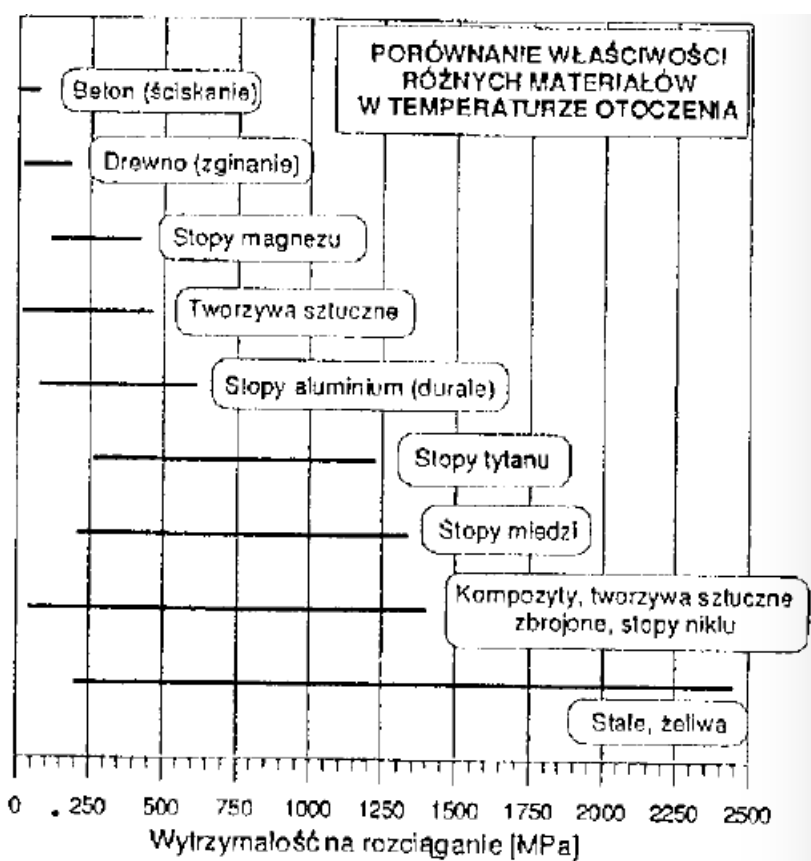
E-moduł Younga

Nie wszystkie materiały charakteryzują się wyraźną granicą plastyczności podczas rozciągania. Przedstawiony na rysunku 16 wykres prezentuje taką sytuację. Dla materiałów tego typu możliwe jest jedynie wyznaczenie umownej granicy plastyczności.



Rysunek 16. Brak wyraźnej granicy plastyczności podczas procesu rozciągania [8]

Wykresy tego typu otrzymuje się najczęściej dla stopów aluminium. Na rysunku 17 przedstawione zostały przybliżone charakterystyki wytrzymałościowe podczas rozciągania dla różnego typu materiałów.



Rysunek 17. Przykładowe wartości wytrzymałości różnych materiałów [8]

Statyczna próba rozciągania ma bardzo duże znaczenie w opisie własności wytrzymałościowych materiałów. Umożliwia scharakteryzowanie praktycznie wszystkich obecnie stosowanych materiałów inżynierskich pod kątem jego właściwości mechanicznych.

Prawo Hooke'a wykorzystuje zasadę superpozycji. Zależność dla idealnie sprężystego materiału izotropowego można opisać :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Powyższe zależności pozwalają obliczyć składowe stanu odkształcenia znając składowe stanu naprężenia.

Jednym z podstawowych parametrów jest Moduł Younga E. W literaturze pojawiają się również takie nazwy jak moduł odkształcalności liniowej czy współczynnik sprężystości podłużnej. Jest to wielkość określająca sprężystość materiału i określona jest jako stosunek naprężenia jednostkowego do stałego wydłużenia jednostkowego:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ [MPa]}$$

gdzie:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Współczynnik określany jest za pomocą wyżej opisanej statycznej próby rozciągania i odnosi się do właściwości sprężystych materiału. Wzrost wartości modułu sprawia, że materiał mniej odkształca się w zakresie sprężystym.

Kolejnym ważnym parametrem jest współczynnik Poissona, który wyraża się jako stosunek wartości wydłużenia poprzecznego do wzdłużnego:

$$\nu = \frac{|\varepsilon'|}{|\varepsilon|}$$

gdzie:

ε jest wydłużeniem wzdłużnym

ε' jest wydłużeniem poprzecznym

Liczba Poissona zawiera się w przedziale od 0 do 0,5 odpowiednio dla $\nu=0$ dla betonu i $\nu=0,5$ dla kauczuku.

Moduł Kirchoffa określany również jako moduł odkształcenia postaciowego lub moduł ścinania określa zależność między naprężeniami stycznymi powstającymi w rozpatrywanym materiale pochodzącymi od obciążeń zewnętrznych w stosunku do odkształcenia sprężystego wyrażanego jako kąt odkształcenia postaciowego:

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

gdzie:

τ - naprężenia ścinające

γ - odkształcenie postaciowe

Dla materiałów izotropowych moduł Kirchoffa uzależniony jest od wartości modułu Younga i współczynnika Poissona:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

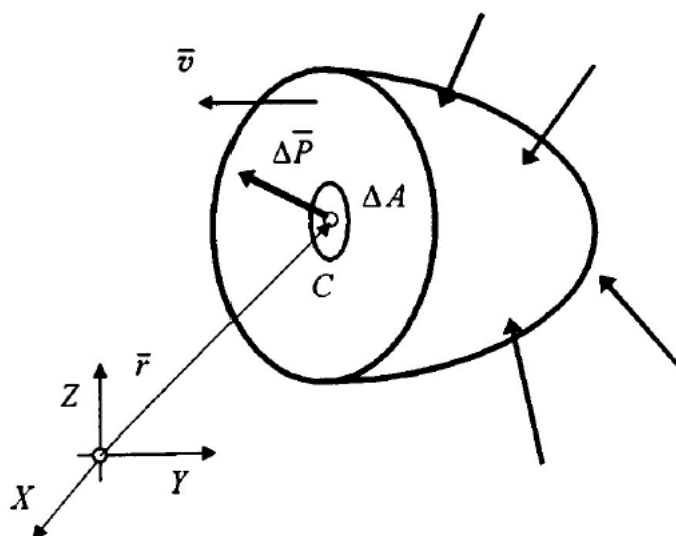
gdzie:

ν - współczynnik Poissona

E - moduł Younga

Moduł Kirchoffa wyznaczany jest podczas statycznej próby skręcania.

W celu dokonania analizy układu sił wewnętrznych, należy rozważyć pokazany na rysunku 18 przekrój bryły przedzielony płaszczyzną, której wektor normalny $\bar{\nu}$ przechodzi przez punkt C o wektorze wodzącym \bar{r} . ΔP jest sumą sił wewnętrznych przyłożonych do wydzielonego obszaru ΔA .



Rysunek 18. Rozkład sił wewnętrznych [1]

Naprężeniem w punkcie na powierzchni przekroju o normalnej \bar{n} i wektorze wiodącym \bar{r} jest wektor opisany zależnością:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta A}$$

gdzie:

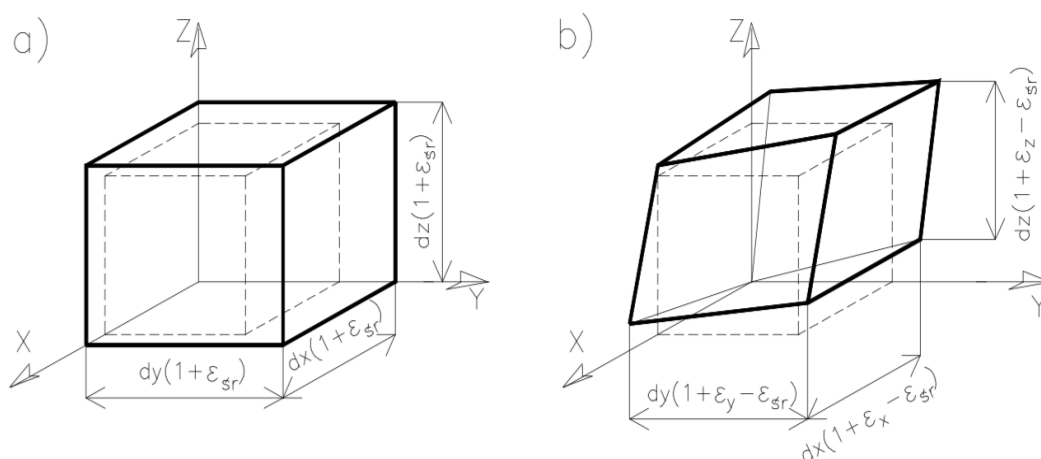
\bar{p} - wektor naprężenia

$\Delta \bar{P}$ - wektor sił wewnętrznych działających w przekroju rozpatrywanego ciała

ΔA - pole przekroju

W aspekcie fizycznym naprężenie jest miarą gęstości sił wewnętrznych w rozpatrywanym ośrodku ciągłym. Następstwem naprężenia wywołanym przez rozciąganie, ściskanie, zginanie czy skręcanie jest zmiana odległości pomiędzy punktami w rozpatrywanym

ciała stałym i nosi nazwę odkształcenia. Jeżeli po upływie działania naprężenia ciało wraca do swoich pierwotnych wymiarów jest to odkształcenie sprężyste, natomiast gdy zmiany są nieodwracalne mówimy o odkształceniu plastycznym. Ze względu na stan odkształcenia możemy je podzielić na odkształcenie czysto objętościowe i czysto postaciowe, które przedstawione zostały na rysunku 19.



Rysunek 19. Rodzaje odkształceń materiałów: czysto objętościowe (a) i czysto postaciowe (b)

[25]

Odkształcenie objętościowe jest miarą zmiany objętości danego ciała, natomiast postaciowe jest zmianą kształtu rozpatrywanego obiektu ciągłego z zachowaniem początkowych długości odcinków, które są równoległe do przyjętego układu współrzędnych.

Inną postacią odkształcenia jest płynięcie materiału. Zjawisko to występuje, gdy naprężenia są równe lub przekraczają granicę plastyczności rozpatrywanego materiału przy nieustającym ciągłym przyroście odkształcenia tego obiektu. Wynika stąd, że wraz ze wzrostem obciążenia i temperatury ciała zjawisko płynięcia wzrasta.

Hipoteza Hubera – Missesa – Henckey’go inaczej zwana wytężeniem materiału określa stan materiału, który obciążony jest siłami zewnętrznymi i istnieje możliwość iż pod wpływem działania tych sił przekroczy on granicę sprężystości i przejdzie w niepożądany stan plastyczny lub ulegnie pęknięciu. Hipoteza energii odkształcenia postaciowego zakłada, że o wytężeniu materiału w zakładanym punkcie decyduje gęstość energii odkształcenia postaciowego :

$$W_{H-M-H} = \frac{1-\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

Przy założeniu, że ciało jest doskonale sprężyste i wszystkie naprężenia składowe w ciele są równe naprężeniu zredukowanemu, można sprawdzić czy naprężenia zastępcze nie przekraczają naprężeń dopuszczalnych :

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy} + \tau_{xz} + \tau_{yz})^2} \leq R_K$$

gdzie:

R_K . naprężenia dopuszczalne

4. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych (ang. FEA- Finite Element Analysis) należy do grupy metod obliczeniowych wykorzystywanych w komputerowo wspomaganym programach do obliczeń inżynierskich. Znaczenie tego typu obliczeń w dzisiejszych czasach jest ogromne, ponieważ większość obecnie wytwarzanych elementów konstrukcyjnych czy przedmiotów życia codziennego, zanim zostanie zatwierdzone i przekazane do ostatniego etapu produkcji musi zostać zweryfikowane i pozytywnie zatwierdzone przez programy opierające się na pozyskiwaniu wyników symulacyjnych wykorzystujących metodę elementów skończonych.

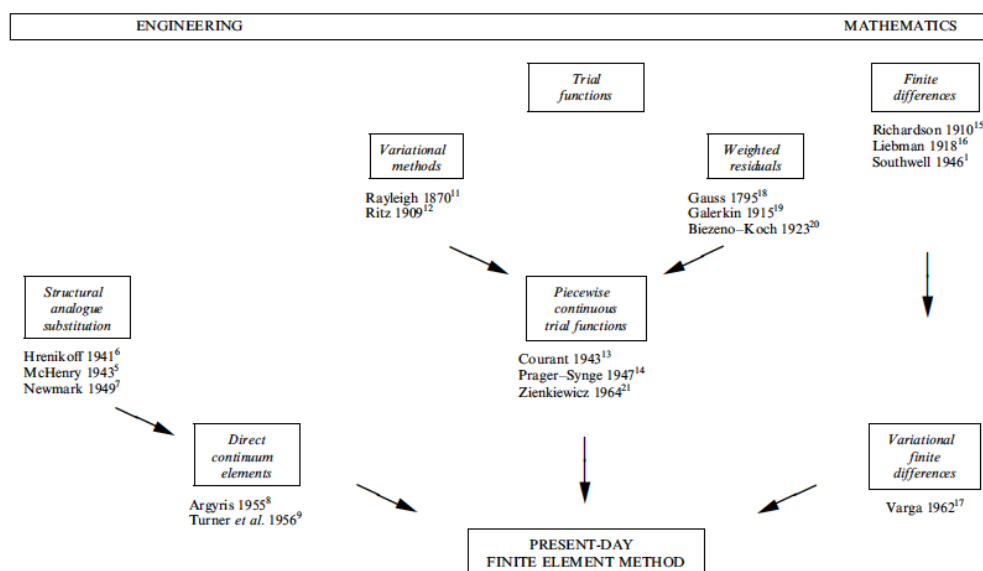
Podstawy teoretyczne metody elementów skończonych sformułowane zostały w latach 50 XX wieku, jednak wstępne próby zostały poczynione już w XIX wieku przez Kirscha (1868), który zasugerował, aby zastąpić trójwymiarowy zbiór ciągłych elementów zbiorem oddzielnych, prostopadłościennych, które następnie dalej podzielone zostały na przestrzenne kratownice. Celem tego zabiegu, było stworzenie metody obliczeniowej polegającej na podziale złożonego obiektu o nieskończonej liczbie stopni swobody na określoną liczbę elementów geometrycznych i skończonej liczbie stopni swobody. Taki sposób podziału nazwano dyskretyzacją.

Wyścig zbrojeń po II wojnie światowej przyczynił się do znacznego rozwoju i postępu technologicznego czego następstwem było pojawienie się prostych maszyn cyfrowych. W roku 1957 powstała praca autorstwa Turner, Clough, Martin i Topp, która później nazwana została „aktem urodzenia Metody Elementów Skończonych”. Wtedy po raz pierwszy padło stwierdzenie element skończony, który odnosił się do skończonego fragmentu pewnego ustroju. Zaprezentowali oni metodę obliczeniową, która zawierała dużą liczbę zmiennych niewiadomych tworzących równania równowagi układu, z którą wówczas stosowane komputery nie mogły sobie poradzić. Prace, które przedstawili polscy uczeni Prof. Zienkiewicz i Prof. Przemieniecki w latach 60 XX wieku pozwoliły rozwiązać problem matematyczny, który do tej pory utrudniał praktyczne zastosowanie metody. Wydajność ówczesnych komputerów była kolejnym wyzwaniem dla inżynierów rozwijających programy do obliczeń MES.

Jeden z pierwszych systemów komputerowych pozwalającym wykonywać obliczenia metodą elementów skończonych został opracowany przez polskich naukowców na Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie i nosił nazwę WAT-KM. W amerykańskiej NASA

również prowadzone były badania mające na celu wprowadzenie i pierwotnie wykorzystanie MES do badań nad rakieta kosmiczną. Opracowany przez nich system obecnie znany jest pod nazwą NASTRAN [26]

Koniec lat 80 XX wieku to rozkwit profesjonalnych programów MES, które można było używać na komputerach osobistych, których moc była już wystarczająca do prowadzenia obliczeń. W latach 90 XX wieku połączono niezależne do tej pory systemy CAD z CAE, czyniąc je zaawansowanymi programami które obecnie wykorzystywane są w wielu gałęziach przemysłu. Rysunek 20 przedstawia historię powstawania MES.



Rysunek 20. Historia i rozwój powstania MES od strony inżynierskiej i matematycznej [20]

Ideą metody elementów skończonych jest uzyskanie rozwiązania równań układów różniczkowych cząstkowych. Głównym założeniem metody jest podział elementu geometrycznego na skończoną liczbę elementów opisanych przez podstawowe figury geometryczne.

W uogólnieniu metoda elementów skończonych polega na : [3]

- podziale rozpatrywanej konstrukcji na małe elementy skończone
- opisie pracy poszczególnych elementów

- opisanie wpływu poszczególnych elementów skończonych na całą konstrukcję

Każdy program komputerowy wykorzystujący do obliczeń metodę elementów skończonych zbudowany jest w oparciu o trzy podstawowe moduły: preprocesor, procesor oraz postprocesor. Każdy z nich odpowiedzialny jest za inny etap rozwiązywania problemu inżynierskiego.

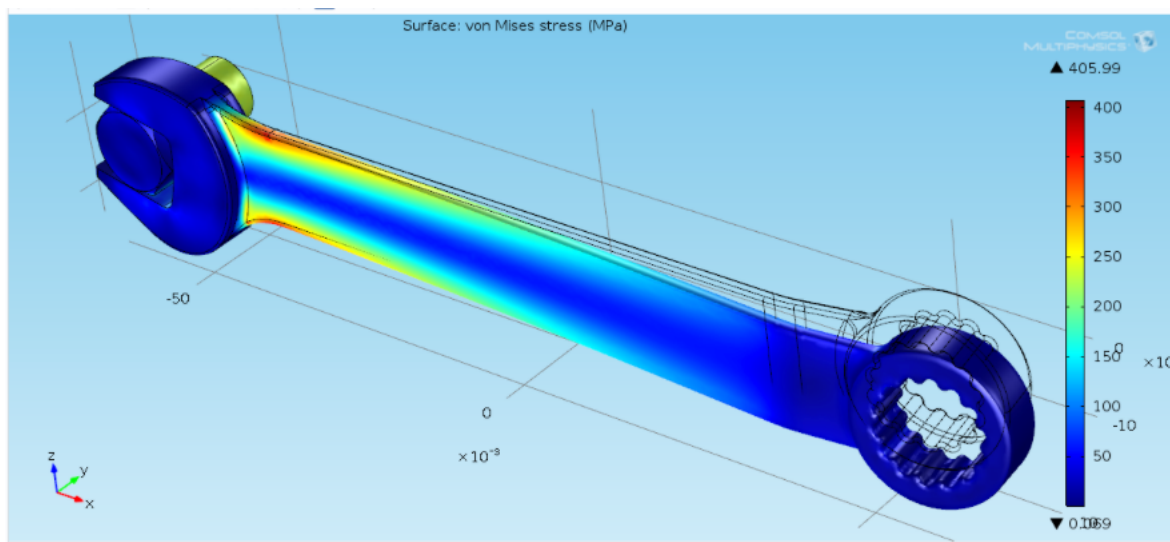
Preprocesor odpowiedzialny jest za przygotowanie całego procesu obliczeniowego. Na tym etapie odczytywane lub generowane są wszystkie parametry opisujące rozpatrywany model geometryczny.

Procesor jest głównym elementem całej struktury. Odpowiedzialny jest za utworzenie układu równań liniowych a następnie ich rozwiązanie.

Postprocesor odpowiedzialny jest za prezentację i wizualizację otrzymanych wyników .

Wykorzystanie odpowiedniego oprogramowania pozwala przeprowadzić dowolne symulacje od stanu naprężeń jakie można zaobserwować w konstrukcji mostu po analizę przydatności i ergonomii przedmiotów codziennego użytku.

Rysunek 21 przedstawia rozkład naprężeń jakie występują w kluczu, którym dokręcana jest śruba.



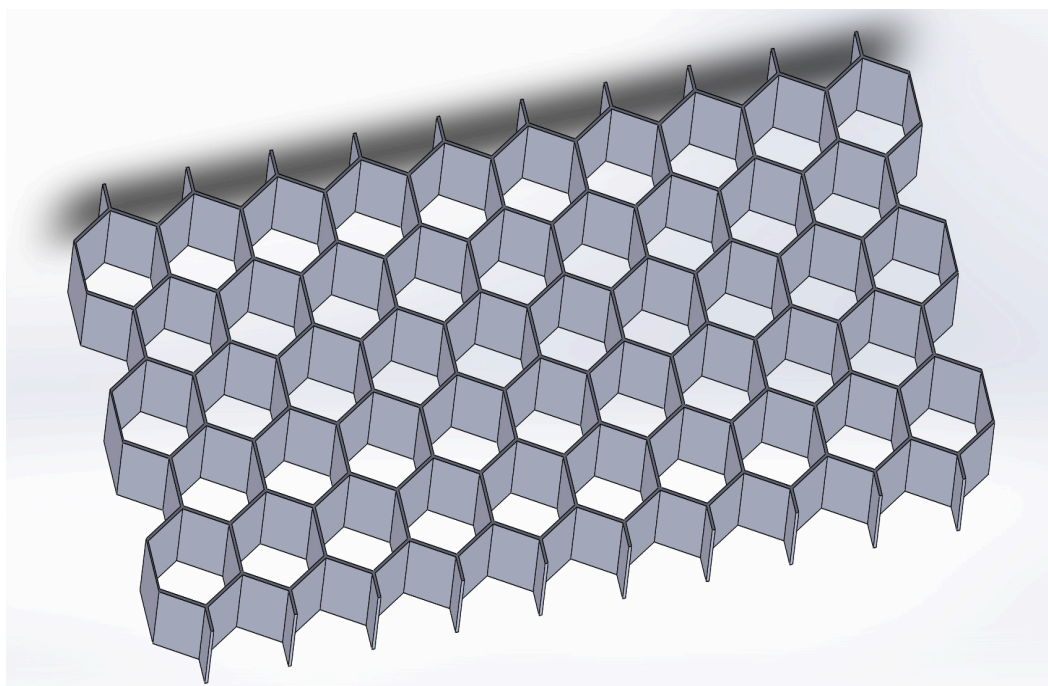
Rysunek 21. Analiza rozkładu naprężeń w programie Comsol Multiphysics [27]

Wykorzystanie programów MES ma bardzo duży wpływ na rozwój otaczającego nas świata. Umożliwia do minimum potrzebę tworzenia fizycznych prototypów skupiając się na lepszym dopracowaniu modelu komputerowego. Takie podejście do projektowania pozwala przedsiębiorstwu zaoszczędzić środki finansowe na rzeczywiste modele a przeznaczyć tę kwotę na rozwój i badania. Praktycznie niemożliwym byłoby skonstruowanie współczesnych samolotów czy ogromnych mostów bez wcześniej przeprowadzonej symulacji zachowania poszczególnych składowych tworzących tak rozbudowane struktury.

5. Opis problemu

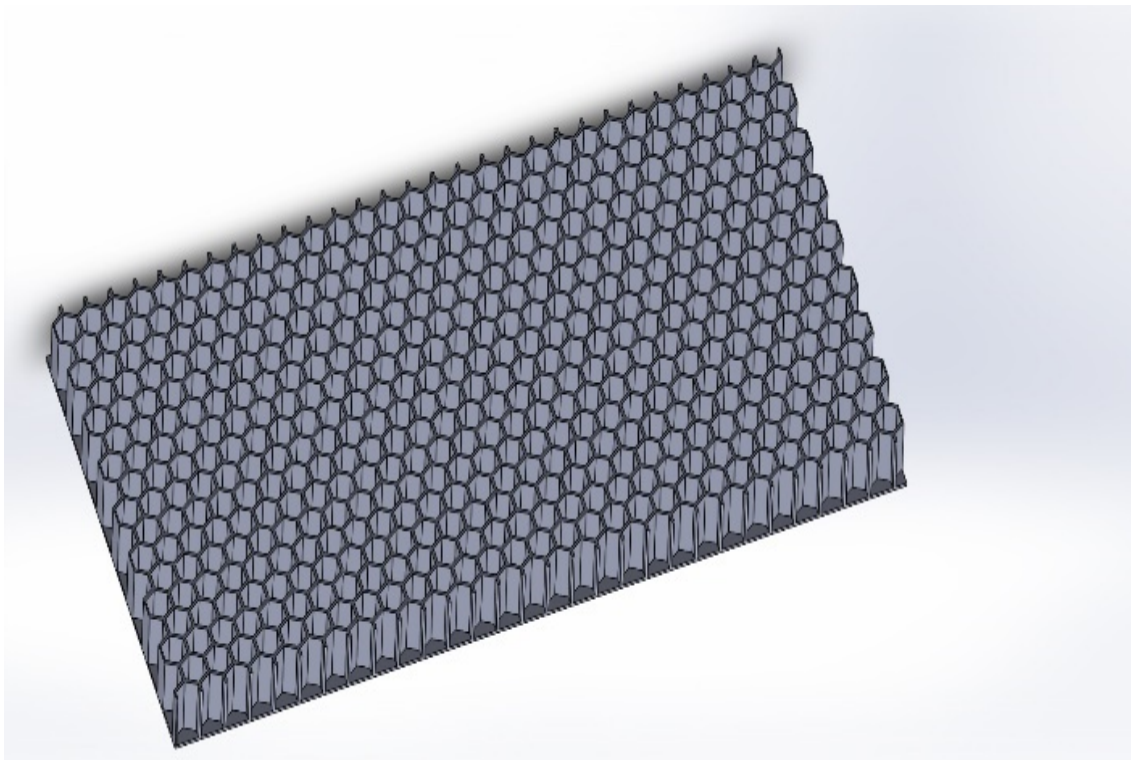
5.1 Model płyty panelowej z rdzeniem w kształcie plastra miodu

Doświadczalna część pracy poświęcona została badaniu wybranych cech mechanicznych płyty warstwowej z rdzeniem w kształcie plastra miodu. W literaturze taki rodzaj struktury nosi nazwę Honeycomb. Rdzeń rozpatrywanej płyty zbudowany jest na bazie sześciokąta opisanego na okręgu o zadanej średnicy. Pojedyncze komórki ułożone są względem siebie w stałej odległości. Przestrzeń pomiędzy kolejnymi elementami definiuje właściwości wytrzymałościowe struktury, ponieważ ona w głównej mierze odpowiedzialna jest za przenoszenie obciążeń czy absorpcję energii. Rysunek 22 przedstawia rdzeń płyty honeycomb.

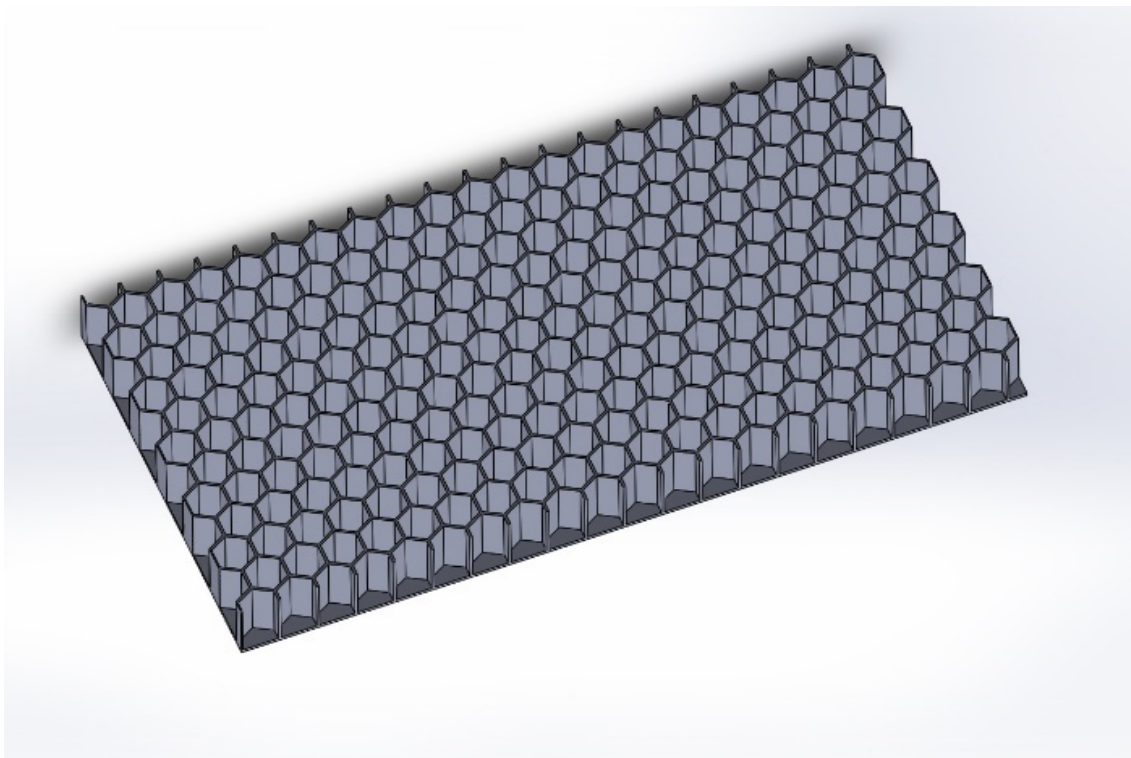


Rysunek 22. Rdzeń typu plaster miodu

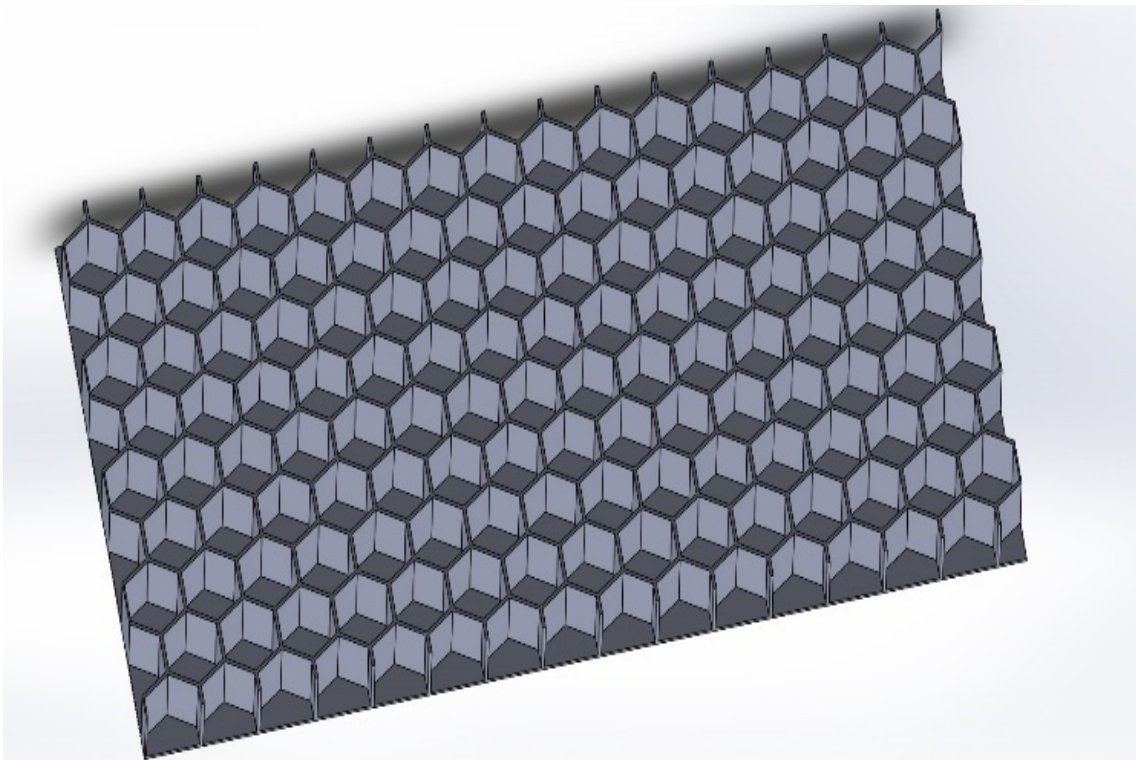
Na potrzeby symulacji zaprojektowane zostały 4 płyty z rdzeniem w kształcie plastra miodu, różniące się wymiarami pojedynczych komórek rdzenia. Wszystkie zamodelowane płyty wykorzystane były w każdym doświadczeniu w takiej postaci jak na grafikach poniżej. Na rysunku 23 przedstawiona została płyta z rdzeniem o średnicy 6[mm] najmniejsza z zaprojektowanych. Rysunek 24 przedstawia rdzeń 9[mm], rysunek 25 rdzeń 12[mm] oraz największy z zaprojektowanych rdzeni 19[mm] przedstawia rysunek 26.



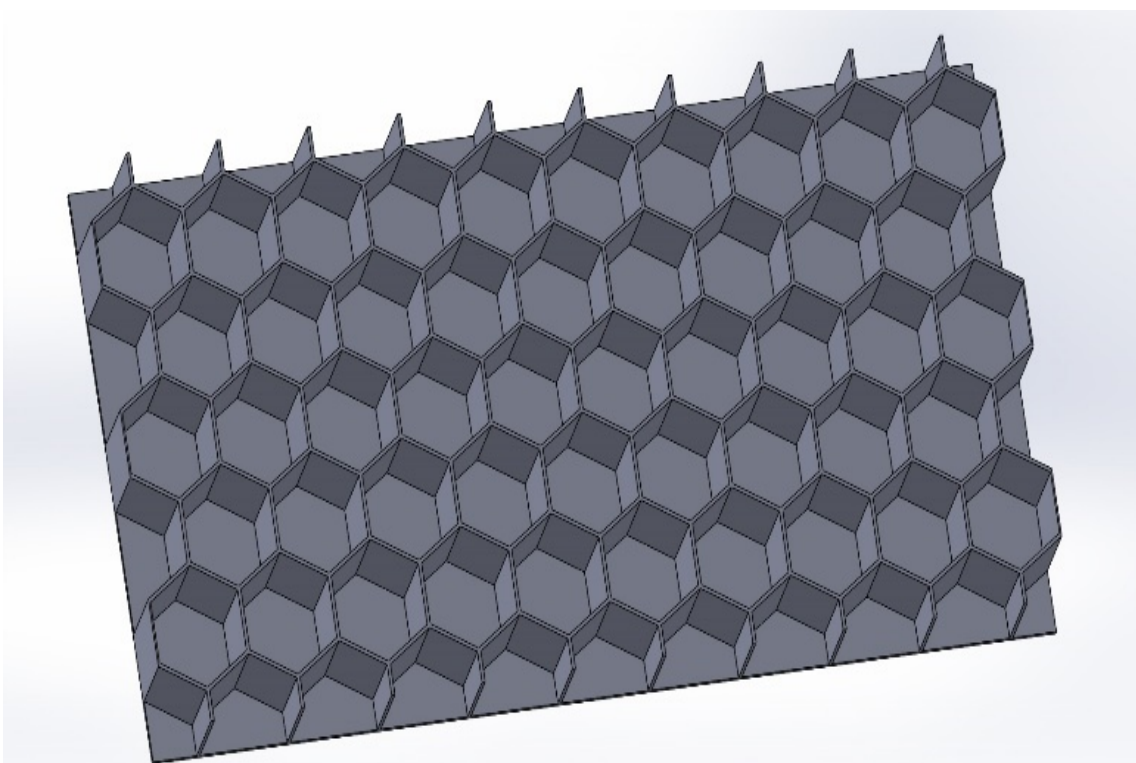
Rysunek 23. Rdzeń 6[mm]



Rysunek 24. Rdzeń 9[mm]



Rysunek 25. Rdzeń 12[mm]



Rysunek 26. Rdzeń 19[mm]

Przedstawione grafiki mają na celu przedstawić różnice w każdej z zaprojektowanych płyt oraz rozmieszczenie struktury w każdym wariancie.

Odległość między komórkami w każdej z płyt panelowych jest taka sama i wynosi 0,7[mm]. Całkowita wysokość zaprojektowanych płyt wynosi 20[mm] z czego wyróżnić możemy wysokość rdzenia która wynosi 18[mm] oraz grubość płyt zewnętrznych, każda po 1 mm. Wymiar wzdłużny oraz poprzeczny w każdej z płyt oscyluje w granicach 200 mm x 100 mm.

Dokładne wymiary płyty, objętość oraz masa każdej z nich przedstawione zostały w tabeli 1. Szerokość oraz długość płyt nieco się różnią, ponieważ ważne podczas prób wytrzymałościowych, szczególnie przy zginaniu dla całej konstrukcji było równe pokrycie ścian bocznych komórek rdzenia z boczną powierzchnią płyt górnej i dolnej.

Tabela 1. Charakterystyka zamodelowanych płyt warstwowych

Średnica rdzenia [mm]	Wymiar dłuższy [mm]	Wymiar krótszy [mm]	Objętość [cm ³]	Masa [g]
6	197,65	98,68	108,66	296,64
9	198,85	100,14	87,64	239,26
12	196,85	98,84	75,97	207,4
19	197	102,39	65,77	179,55

Płyty poddane zostały analizie wytrzymałościowej w procesie ściskania, zginania oraz częstotliwości rezonansowej drgań. Wszystkie modele zaprojektowane zostały w programie SOLIDWORKS 2014, natomiast symulacje przeprowadzone zostały w programie COMSOL MULTIPHYSICS 5.1.

5.2 Dane początkowe

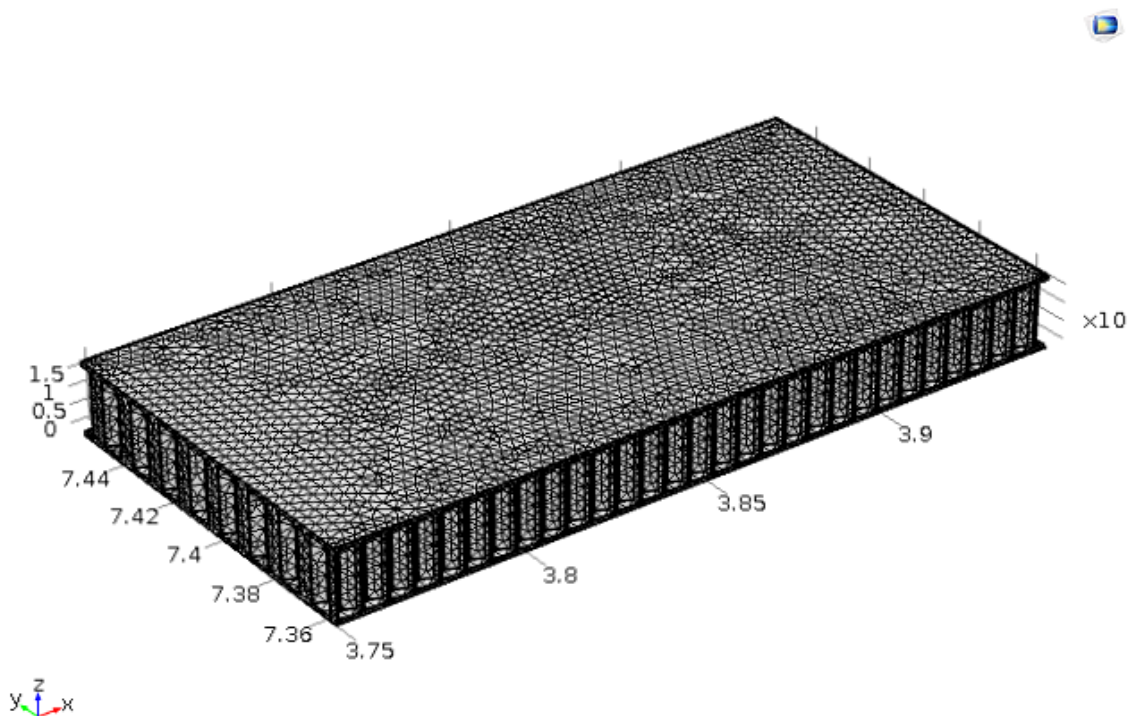
Analizowane modele wykonane zostały z Aluminium 3003-H18. Podstawowe parametry przedstawione są w Tabeli 2.[28]

Tabela 2. Podstawowe właściwości Aluminium 3003-H18

Materiał	E[GPa]	ν	ρ [kg/m ³]
Aluminium 3003-H18	69	0,33	2730

Materiał został wybrany na podstawie analizy rynku firm produkujących tego typu wyroby. Program wykorzystany do symulacji posiadał w swojej bazie zaimplementowane dane materiałowe.

Następnym etapem była dyskretyzacja modeli. Rysunek 27 przedstawia pierwszy wykorzystany w pracy wariant płyty po procesie dyskretyzacji.



Rysunek 27. Model po dyskretyzacji

Tabela 3 przedstawia liczbę uzyskanych elementów dla każdego z nich.

Tabela 3. Liczba elementów siatki uzyskana dla poszczególnych modeli

Średnica rdzenia [mm]	Liczba elementów
6	152209
9	107487
12	83228
19	57049

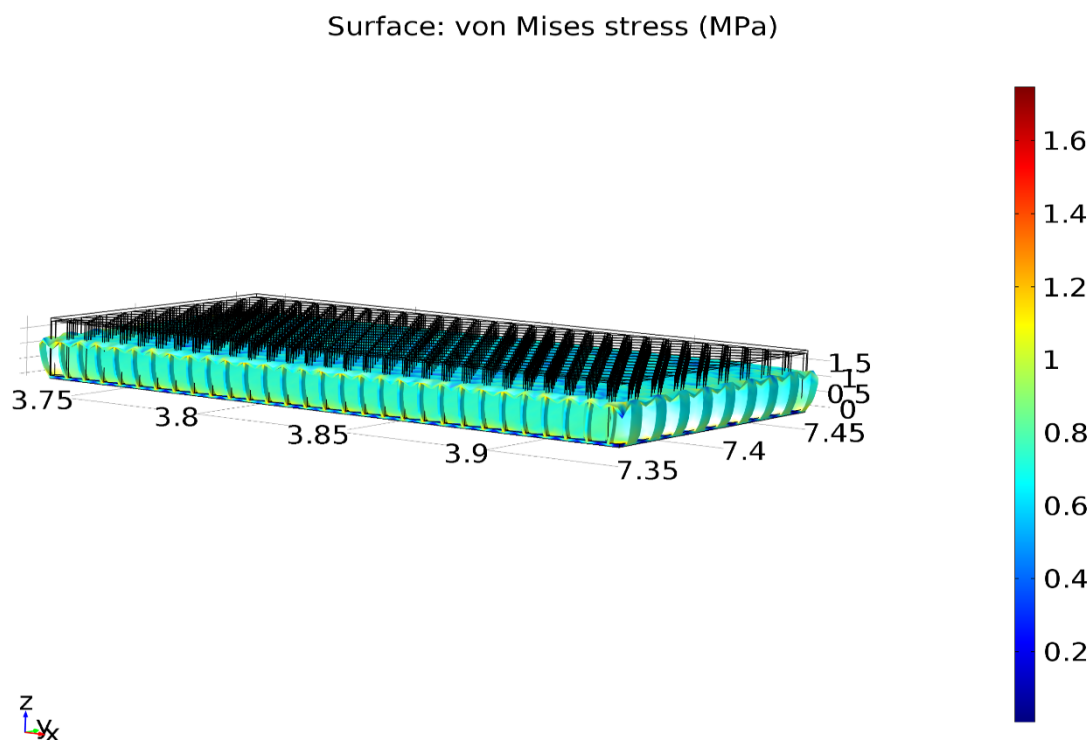
Liczba wygenerowanych elementów dla modelu pierwszego względem ostatniego jest prawie trzykrotnie większa. Wpływ na uzyskany wynik miała bardziej zagęszczona najmniejszymi komórkami płyta.

Wszystkie badania wykonane zostały w module Structural Mechanics. Do analizy ściskania i zginania użyto podmodułu stationary. Analiza częstotliwości drgań rezonansowych przeprowadzona została za pomocą podmodułów eigenfrequency i frequency domain.

6. Wyniki symulacji

6.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania

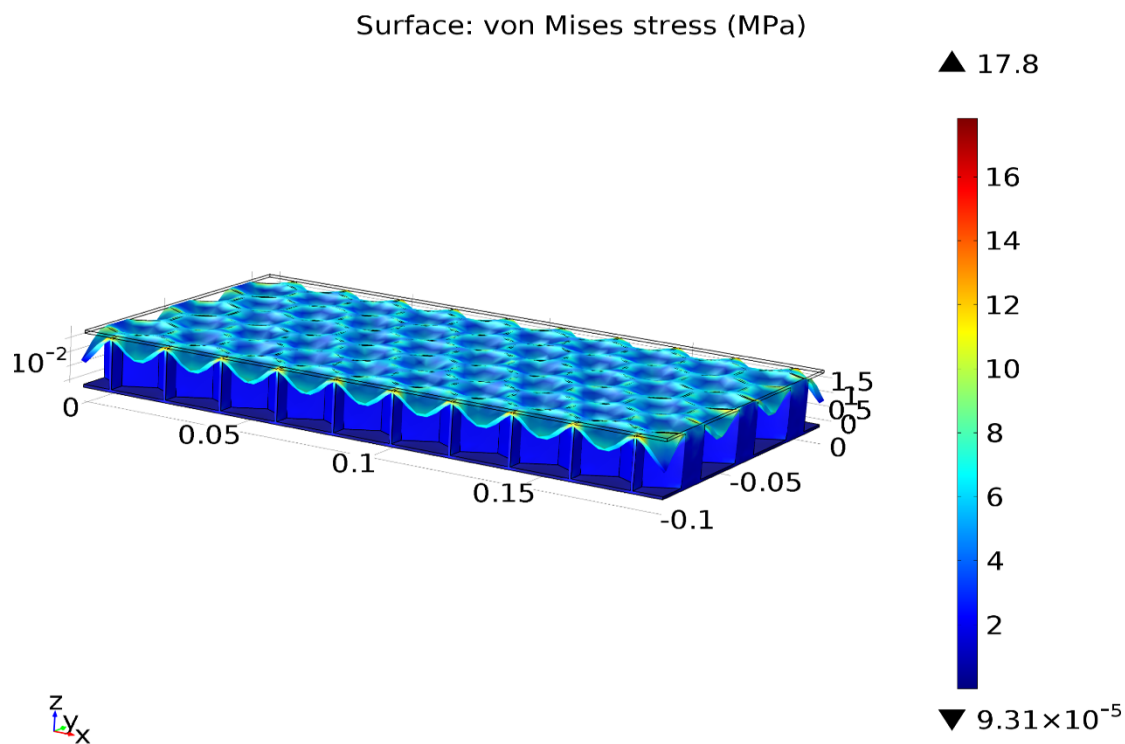
Jako pierwsza została wykonana symulacja ściskania. Analizie poddane zostały wszystkie cztery płyty. Badanie miało na celu sprawdzenie wpływu zastosowanej średnicy rdzenia na całkowite przemieszczenie oraz naprężenia zredukowane von Misesa. Modele zostały unieruchomione dolną powierzchnią płyty. Górna płyta obciążona została siłą 3000[N]. Rysunki 28 i 29 przedstawiają rozkład naprężeń w dwóch skrajnych wymiarowo płytach.



Rysunek 28. Naprężenia dla płyty 6 [mm]

Analizując otrzymane wyniki należy zauważyć, że największe naprężenia powstają w miejscach łączenia płyty z rdzeniem. Bardziej gęste ułożenie rdzenia odgrywa w tym przypadku bardzo duże znaczenie. Największe naprężenia uzyskane dla pierwszej konstrukcji wynoszą jedynie 1,75[MPa] przy 17,8[MPa] dla drugiej. Odnosząc uzyskane wyniki do wagi obu konstrukcji widać jak duże znaczenie ma dobranie odpowiedniego rozmiaru komórek rdzenia.

Podczas procesu wytwarzania należy zwrócić szczególną uwagę na jakość łączenia płyt zewnętrznych z rdzeniem.



Rysunek 29. Naprężenia dla płyty 19 [mm]

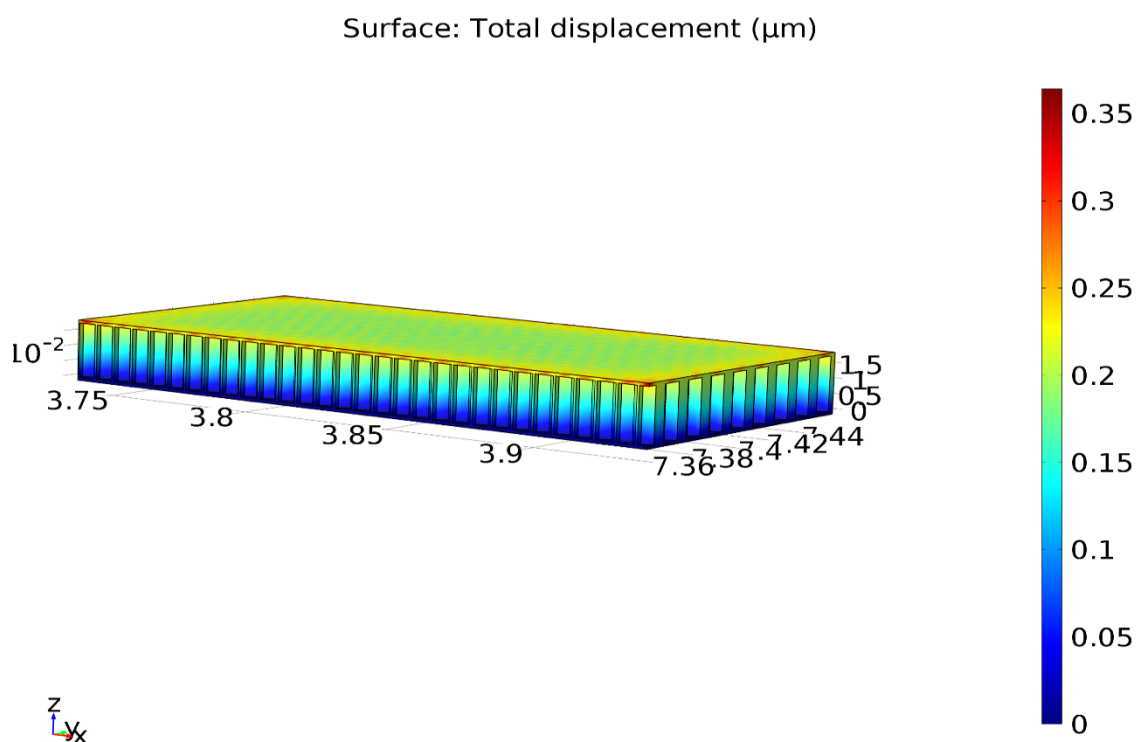
W tabeli 4 przedstawione zostały wartości naprężeń uzyskane dla pozostałych rozmiarów płyt.

Tabela 4. Naprężenia otrzymane dla wszystkich wariantów

Średnica rdzenia [mm]	Naprężenia [MPa]
6	1,75
9	3,35
12	6,31
19	17,8

Na rysunkach 30 i 31 przedstawione są odkształcenia płyt pierwszej i czwartej przy zachowaniu takiego samego obciążenia. Największe przemieszczenie uzyskano dla drugiej z wyżej wymienionych i wynosi $9,22[\mu\text{m}]$. Odnosząc tę wartość do całkowitej wysokości płyty, wynosi ona zaledwie $0,0461[\%]$. Mimo, że konstrukcja ta wykazała największą podatność na odkształcenie, można wnioskować, że mieści się w zakresie odkształceń sprężystych. Ociążenie elementu spowoduje uzyskanie pierwotnych wymiarów.

Najbardziej odkształcony został rdzeń w miejscu styku z płytami oraz sama płyta wierzchnia. Szczególnie narażone są miejsca, gdzie płyta nie ma styku ze ściankami rdzenia.

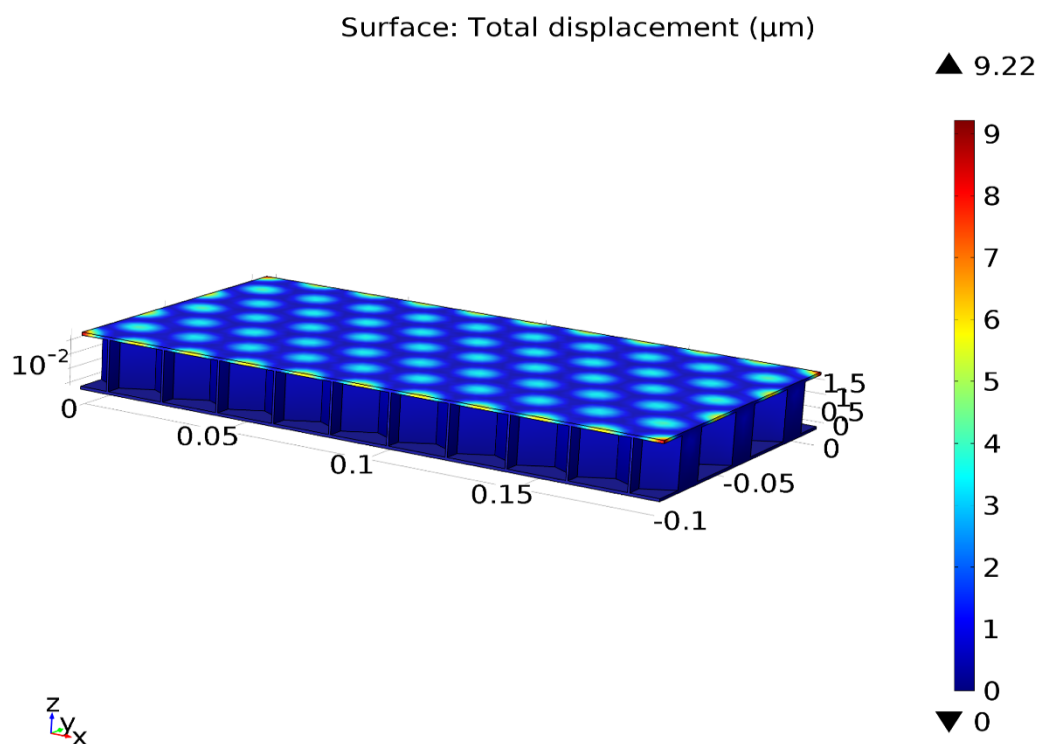


Rysunek 30. Odkształcenia płyty 6[mm]

W tabeli 5 zestawione zostały przemieszczenia uzyskane dla pozostałych wariantów płyty.

Tabela 5. Wartości przemieszczeń

Średnica rdzenia [mm]	Przemieszczenie [μm]
6	0,364
9	0,839
12	1,87
19	9,22

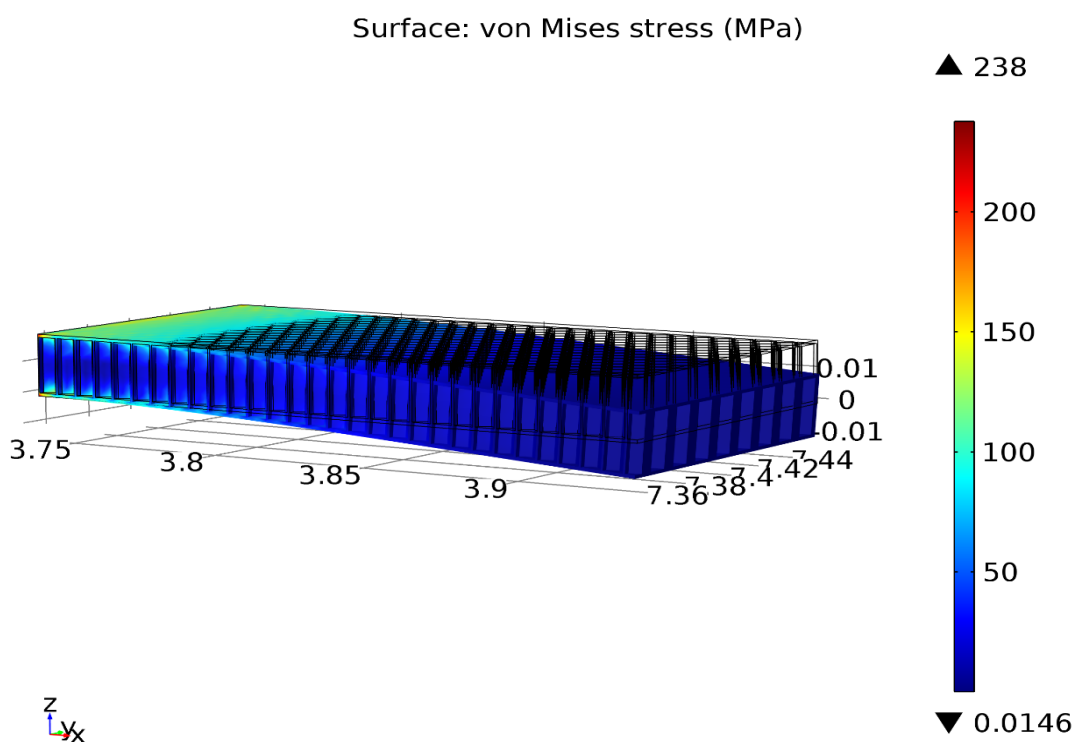


Rysunek 31. Odształcenia płyty 19[mm]

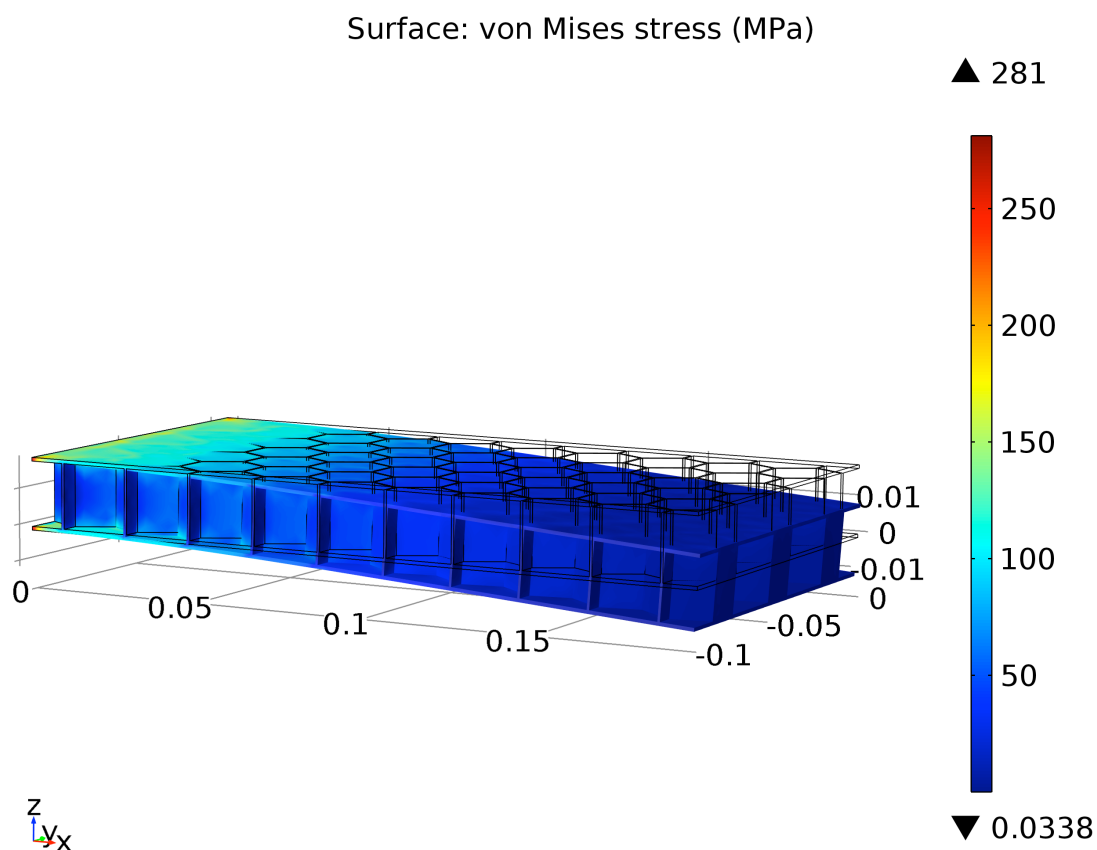
Największą różnicę przemieszczeń uzyskano między płytami z rdzeniem 12[mm] a 19[mm]. Analizując konstrukcję rdzenia oraz sposób łączenia, można dojść do wniosku, że bardzo duży wpływ na taki wynik miała znacząco mniejsza powierzchnia styku rdzenia z okładziną zewnętrzną.

6.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania

W celu wykonania symulacji przemieszczeń i naprężeń podczas procesu zginania konstrukcje zostały jednostronnie utwierdzone. Miejscem utwierdzenia była powierzchnia boczna krótszego boku. Obciążenie przyłożone zostało do górnej płyty i tak jak w poprzednim badaniu wynosiło 3000[N]. Analizie poddane zostały wszystkie cztery płyty trójwarstwowe oraz dodatkowo płyta monolityczna, która skonstruowana jest z tego samego materiału. Rysunki 32 i 33 przedstawiają uzyskane naprężenia dla płyty o najmniejszym i największym zagęszczeniu komórkowym rdzenia. W tym badaniu, najmniejszymi wartościami przemieszczeń oraz naprężeń charakteryzowała się płyta o największej objętości.



Rysunek 32. Naprężenia dla rdzenia 6[mm]



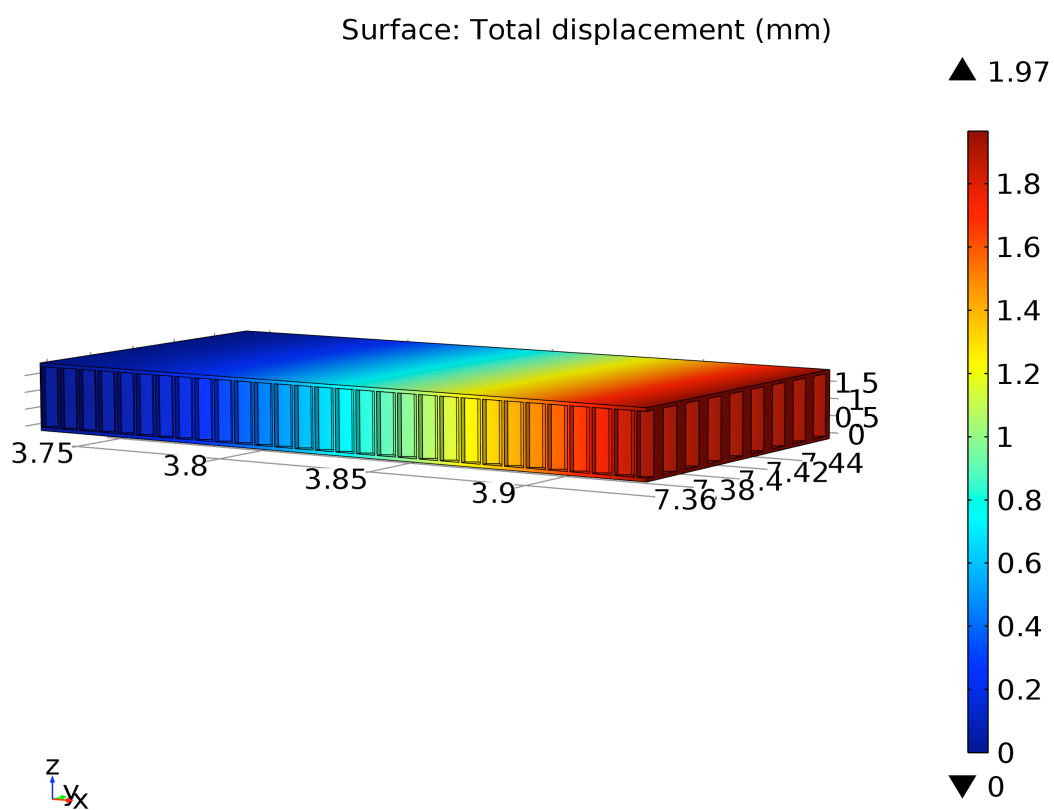
Rysunek 33. Naprężenia dla rdzenia 19[mm]

Dla pierwszej z wyżej przedstawionych płyt największe naprężenia wynosiły 238[MPa], natomiast dla drugiej 281[MPa]. Mimo, iż płyta przedstawiona na rysunku 32 uzyskała wynik gorszy o ok. 15[%], to analizując stosunek wagowy, który wynosi ok. 40 [%] na korzyść drugiej płyta ta wypada korzystniej. Ponownie w okolicach łączenia rdzenia z górną płytą wystąpiły największe skupiska naprężeń, których wartości rosły w kierunku utwierdzenia. W tabeli 6 zestawiono otrzymane wartości dla każdej z płyt.

Analizie poddane zostały również przemieszczenia uzyskane pod wpływem działania zadanego obciążenia. Na rysunkach 33 i 34 przedstawiono przemieszczenie skrajnych płyt.

Tabela 6. Uzyskane naprężenia

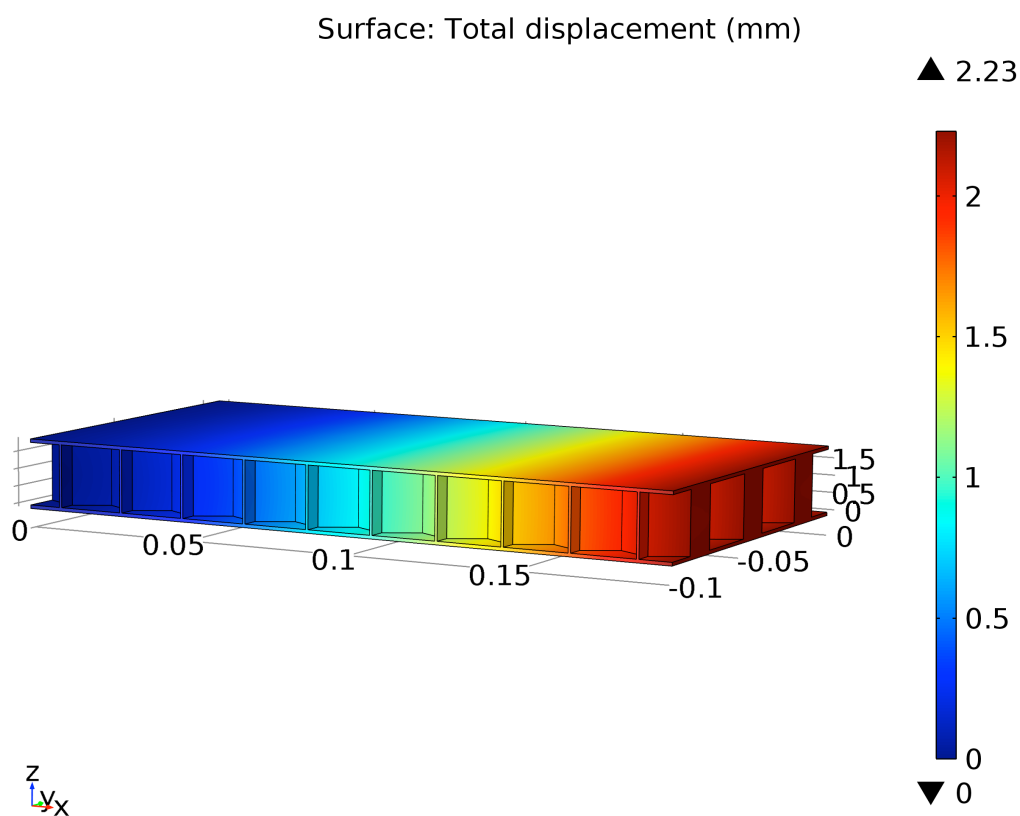
Średnica rdzenia [mm]	Naprężenia [MPa]
6	238
9	275
12	278
19	281



Rysunek 33. Przemieszczenie płyty 6[mm]

Największą wartość uzyskano dla płyty czwartej i wynosiło ono 2.23[mm], natomiast najmniejsze maksymalne przemieszczenie zanotowano dla płyty z najmniejszym rdzeniem 1.97[mm]. Różnica pomiędzy płytami wynosi zaledwie 0.26[mm].

Maksymalne wartości przemieszczeń uzyskano w skrajnych położeniach płyt i stopniowo malały w kierunku utwierdzenia. Choć uzyskane przemieszczenia są niewielkie trudno określić czy odkształcenia są w zakresie sprężystym czy już plastycznym. Pomocna w analizie w tym przypadku byłaby próba laboratoryjna, która pomogłaby w określeniu czy po odciążeniu elementu siłą, płyta powróciłaby do stanu sprzed próby.



Rysunek 34. Przemieszczenie płyty 19[mm]

W tabeli 7 zestawiono wyniki wszystkich czterech płyt.

Tabela 7. Uzyskane przemieszczenie dla wszystkich płyt

Średnica rdzenia [mm]	Przemieszczenie [mm]
6	1,97
9	2,12
12	2,18
19	2,23

Odnosząc się do wyników uzyskanych podczas próby ściskania, warto zauważyć, że podczas zginania wielkość zastosowanego rdzenia nie wpływa już tak drastycznie na wytrzymałość płyty. Uzasadnione zatem byłoby zastosowanie płyty z rdzeniem o średnicy 19[mm], której waga jest o 117.09[g] mniejsza od płyty pierwszej o masie całkowitej równej 296,64[g].

W celu uzasadnienia stosowania płyt warstwowych, na potrzeby analizy wytrzymałościowej podczas zginania oraz częstotliwości rezonansowych zamodelowana została dodatkowa płyta konwencjonalna. Wymiary wzdłużny i poprzeczny, tak samo jak dla płyt trójwarstwowych wynosi odpowiednio 200[mm] i 100[mm]. Masa prostopadłościenną próbki ustalona została na 296,64[g], i jest taka sama jak pierwszej z płyt wielowarstwowych. Ważnym było ustalenie takiej samej masy obu płyt, w celu uzyskania realnego porównania właściwości wytrzymałościowych. Wysokość płyty wynosi 5,435[mm]. Potrzebne wartości wyliczone zostały z poniższego wzoru:

$$\rho = \frac{m}{v}$$

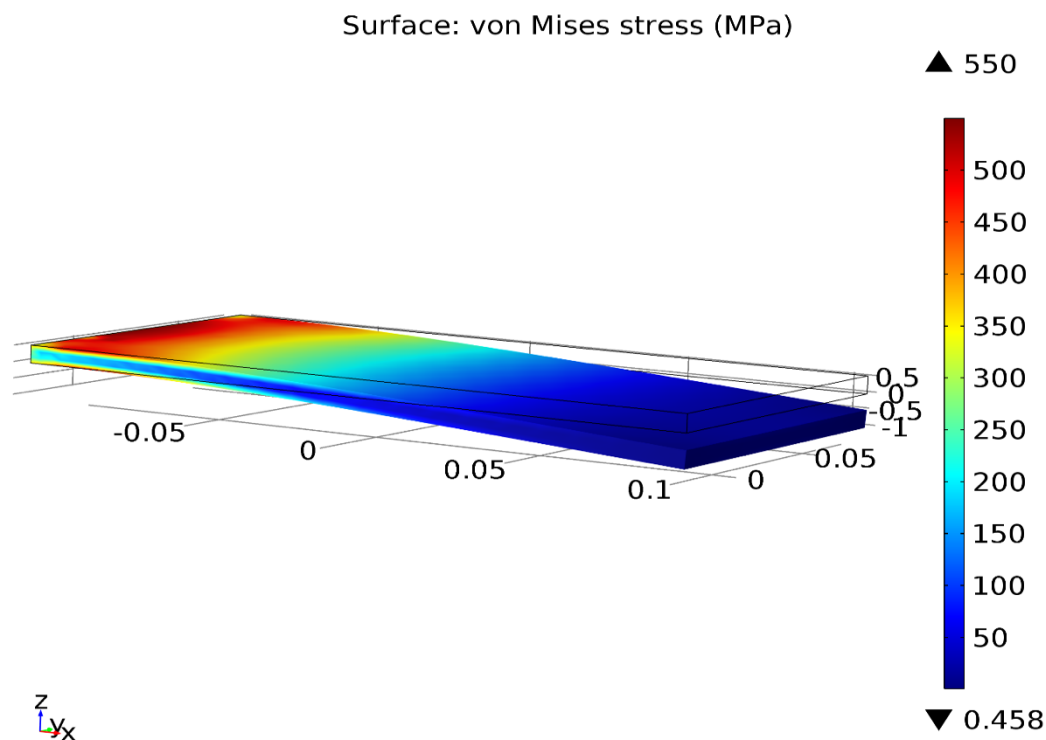
gdzie:

ρ - gęstość

m- masa

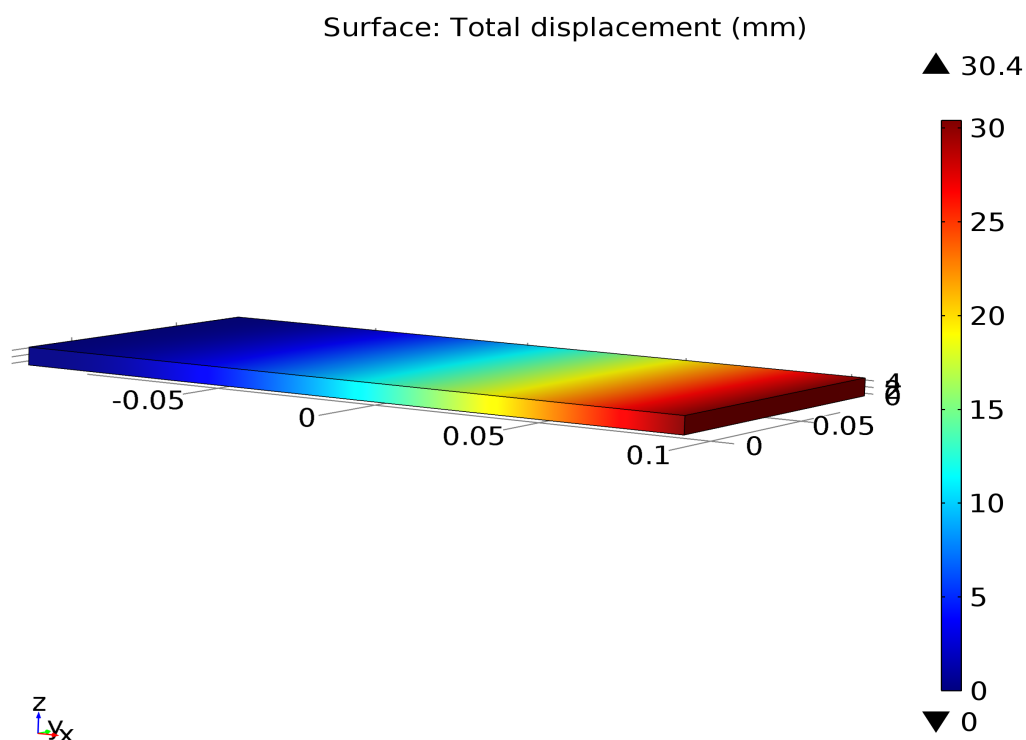
v- objętość

Na rysunkach 35 i 36 przedstawione zostały wyniki. Maksymalne naprężenia wynoszą 550[MPa] i tak jak wyżej zlokalizowane są przy utwierdzeniu. Uzyskana wartość naprężeń jest ponad dwukrotnie większa w stosunku do płyty panelowej. Różnica wynosi 312[MPa].



Rysunek 35. Naprężenia w próbce prostopadłościennej

Przemieszczenia również są znacząco większe. Maksymalne w skrajnych punktach próbki wynoszą 30,4[mm] co daje wzrost o 28,43[mm] w porównaniu do płyty warstwowej. Rozpatrywany element na podstawie uzyskanych wynikach cechuje się bardzo małą sztywnością. Od strony konstrukcyjnej uzasadnione byłoby zastosowanie płyty warstwowej jako element konstrukcyjny, jeżeli kryterium decyzyjnym miałyby być masa elementu oraz przenoszone obciążenia. Uzyskanie podobnych parametrów wytrzymałościowych niosłoby za sobą zwiększenie wysokości próbki co spowodowałoby znaczący wzrost masy elementu.



Rysunek 36. Przemieszczenie próbki prostopadłościowej

6.3 Analiza częstotliwości rezonansowych

Ostatnim badaniem przeprowadzonym na potrzeby pracy jest analiza dynamiczna, za pomocą której wyznaczone zostały wartości częstotliwości rezonansowych. Przeanalizowana została płyta panelowa z rdzeniem równym 19[mm] oraz specjalnie zamodelowana płyta jednowarstwowa. Prostopadłościenna próbka cechuje się taką samą masą jak płyta trójwarstwowa. Długość oraz szerokość płyty pozostały takie jak w rozdziale 6.2, natomiast zmieniła się wysokość, która teraz wynosi 3,2885[mm]. Płyty obciążone oraz utwierdzone zostały analogicznie jak w procesie zginania. Tabela 8 przedstawia wartości sześciu najmniejszych częstotliwości rezonansowych dla płyty panelowej, natomiast tabela 9 dla próbki prostopadłościowej.

Tabela 8. Wartości sześciu najmniejszych częstotliwości rezonansowych dla płyty panelowej

$Lp_{(i)}$	1	2	3	4	5	6
ω_i	538,13	1480,6	1643,2	2700,1	4840,2	5278

Tabela 9. Wartości sześciu najmniejszych częstotliwości rezonansowych dla próbki prostopadłościowej

$Lp_{(i)}$	1	2	3	4	5	6
ω_i	69,034	290,81	429,32	948,86	1203,3	1738,9

Częstotliwość drgań swobodnych można opisać wzorem:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

gdzie:

ω - częstotliwość drgań swobodnych

k - współczynnik proporcjonalności

m - masa elementu

Analizując równanie, można dojść do wnioski iż wraz ze wzrostem masy elementu wartości drgań maleją. W celu sprawdzenia tej zależności dodatkowo zbadana została płyta trójwarstwowa o masie 296,64[g]. Wyniki zamieszczono w tabeli 9.

Tabela 9. Wyniki dodatkowej płyty panelowej- 6 mm

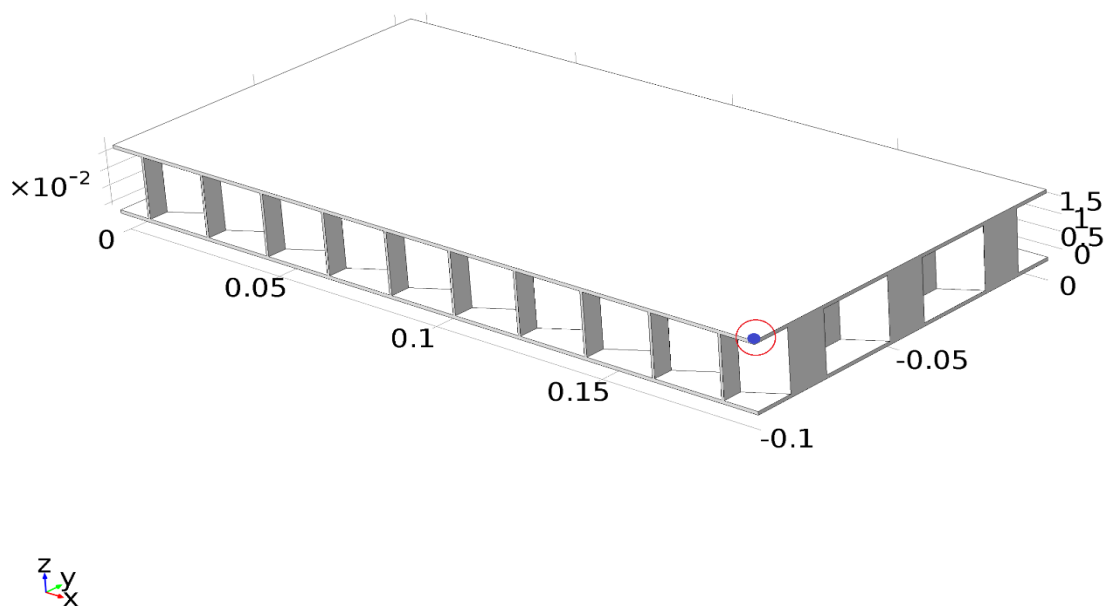
$Lp_{(i)}$	1	2	3	4	5	6
ω_i	443,77	1218,8	1578,1	2514	4511,3	4565,2

Z uzyskanych danych widać, że cięższa z dwóch płyt warstwowych osiągnęła mniejsze wartości częstotliwości drgań rezonansowych.

Analizując wartości z tabeli 7 i tabeli 8, można zauważyć, że nie tylko masa elementu ma wpływ na uzyskane wyniki. Bardzo dużą rolę odgrywa również kształt analizowanej konstrukcji. Płyta jednowarstwowa drgania rezonansowe uzyskała już dla wartości 69,034[Hz], natomiast jej warstwowy odpowiednik dopiero od wartości 538,13[Hz].

Przeprowadzone symulacje w pierwszej kolejności polegały na określeniu przedziału granicznego drgań rezonansowych dla wszystkich sześciu częstotliwości. Różnica między wartością minimalną a maksymalną w każdej próbie wynosiła 1[Hz].

Następnie ustawiony został skok próbkowania, który wynosił 0,025[Hz]. Każdy krok oznaczał wykonanie jednego badania drgań. Wynikiem wykonanych symulacji były wykresy wzrostu amplitudy drgań w jednym punkcie całej konstrukcji, który przedstawiony jest na rysunku 37.

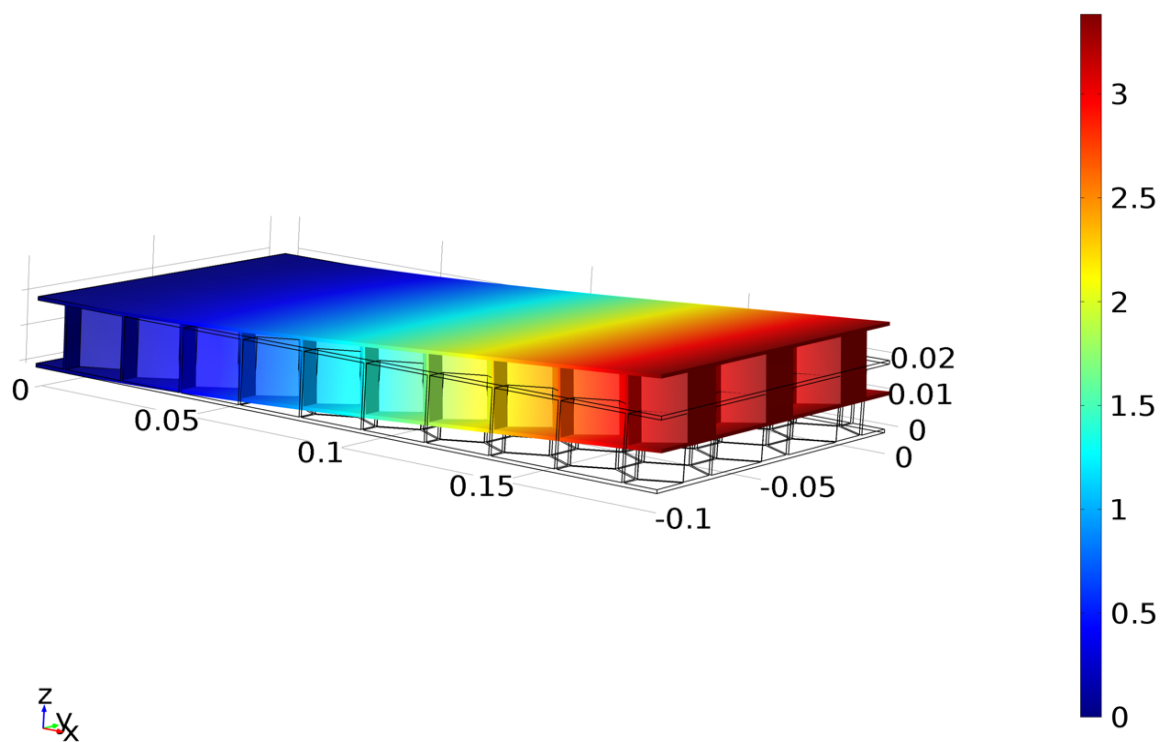


Rysunek 37. Punkt dla którego wykonano badania

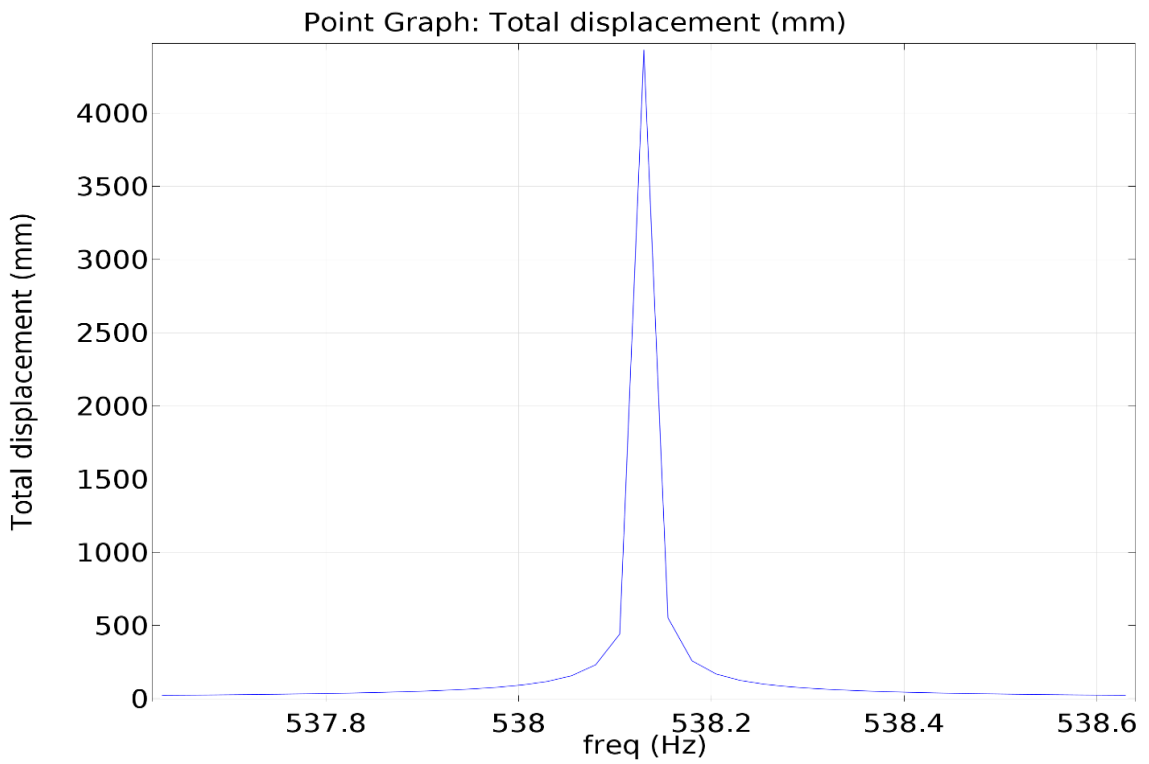
Niżej przedstawione zostały grafiki przedstawiające przemieszczenia oraz wykresy rozkładu drgań rezonansowych dla skrajnych wartości częstotliwości dla płyty panelowej i następnie płyty jednowarstwowej.

Rysunek 38 i 39 przedstawia wartości dla $\omega_1 = 538,13[\text{Hz}]$

Eigenfrequency=538.13 Surface: Total displacement (m)

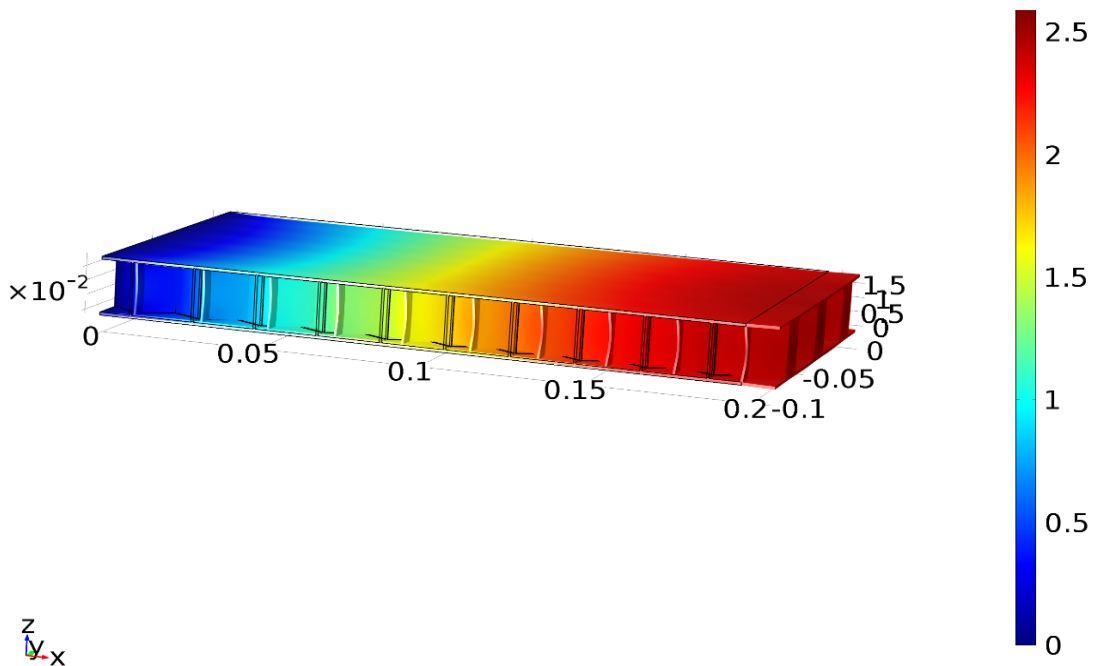


Rysunek 38. Postać drgań własnych dla $\omega_1 = 538,13[\text{Hz}]$

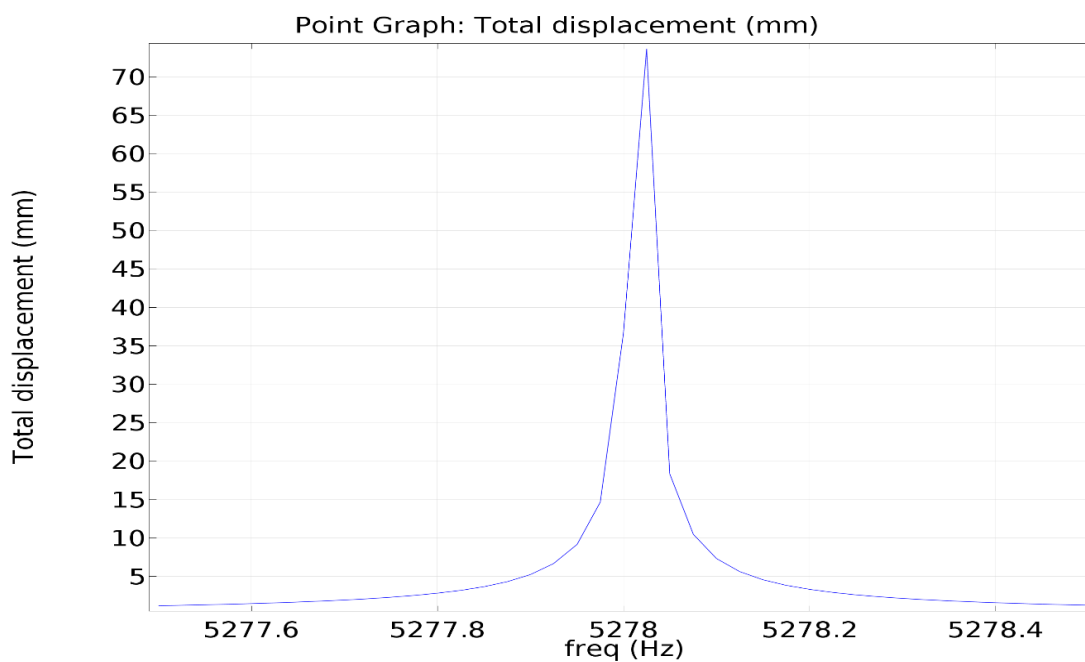


Rysunek 39. Rozkład wartości drgań rezonansowych dla $\omega_1= 538,13[\text{Hz}]$

Rysunek 40 i 41 przedstawia wartości $\omega_6= 5278[\text{Hz}]$
 Eigenfrequency=5278 Surface: Total displacement (m)



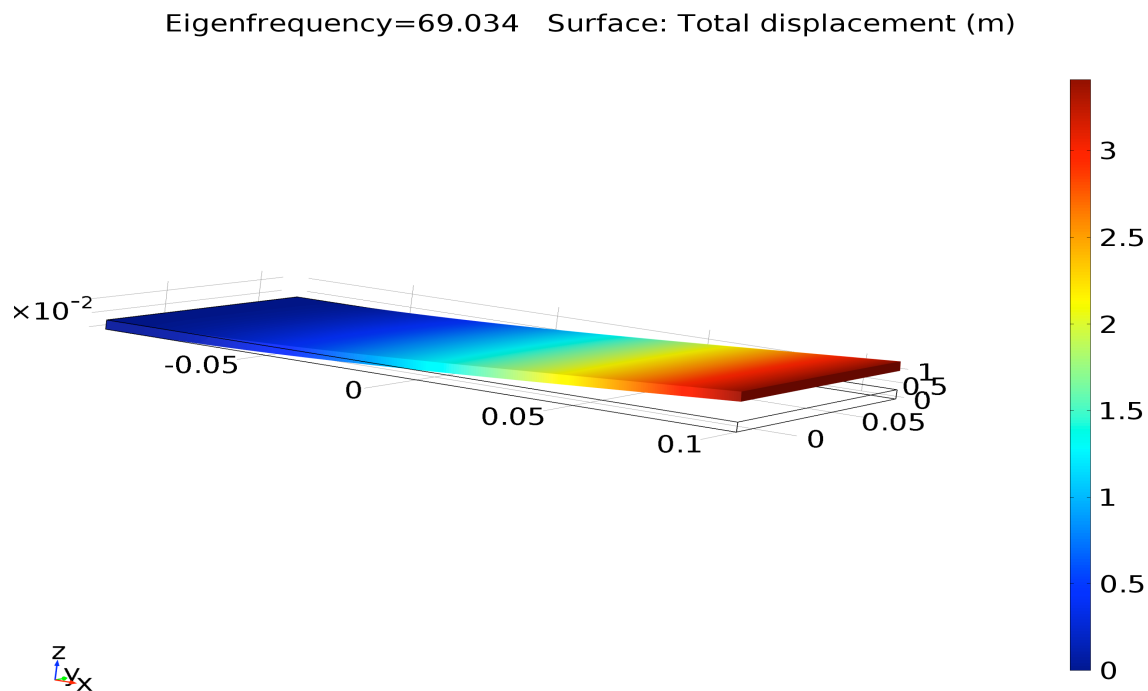
Rysunek 40. Postać drgań własnych dla $\omega_6= 5278[\text{Hz}]$



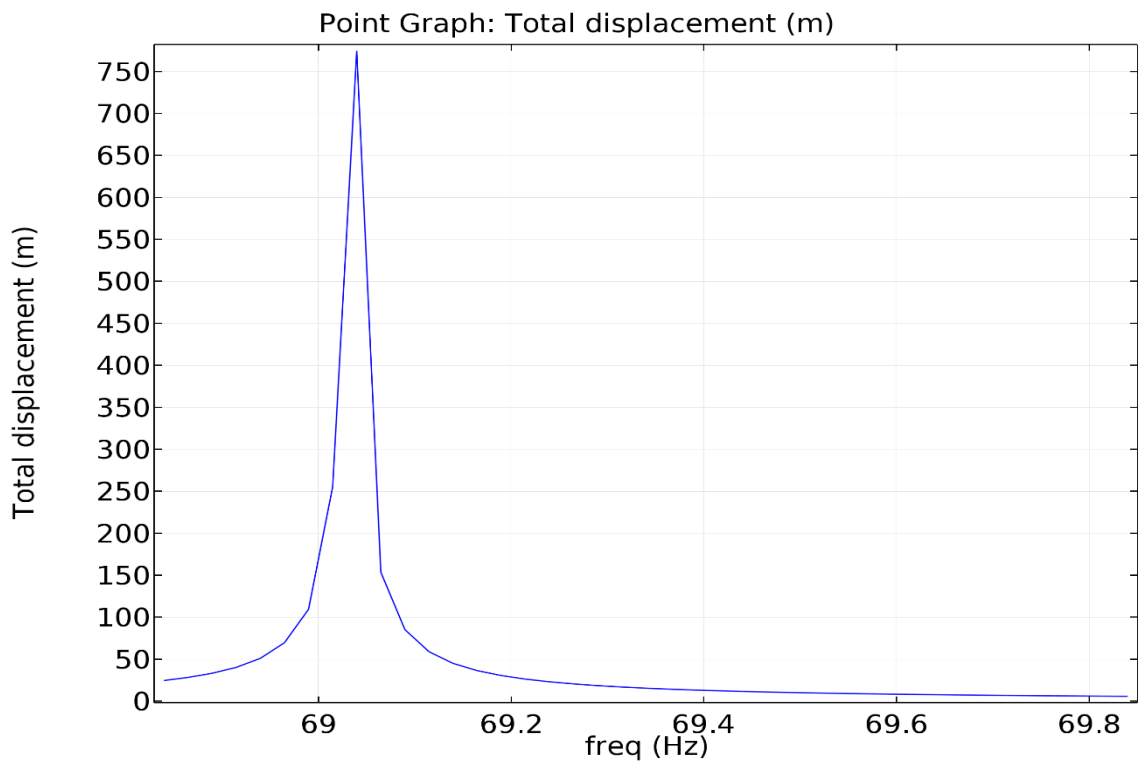
Rysunek 41. Rozkład wartości drgań rezonansowych dla $\omega_6=5278$ [Hz]

Rozkład wartości dla płyty panelowej przedstawia się bardzo podobnie.

Rysunek 42 i 43 prezentuje wartości dla $\omega_1=69,034$



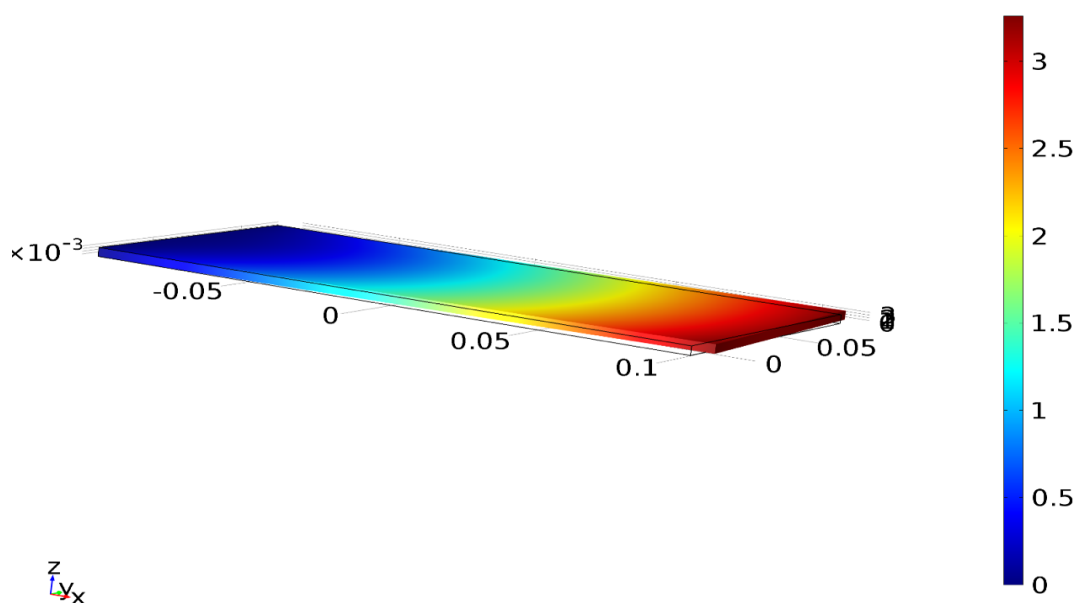
Rysunek 42. Postać drgań własnych dla $\omega_1=69,034$

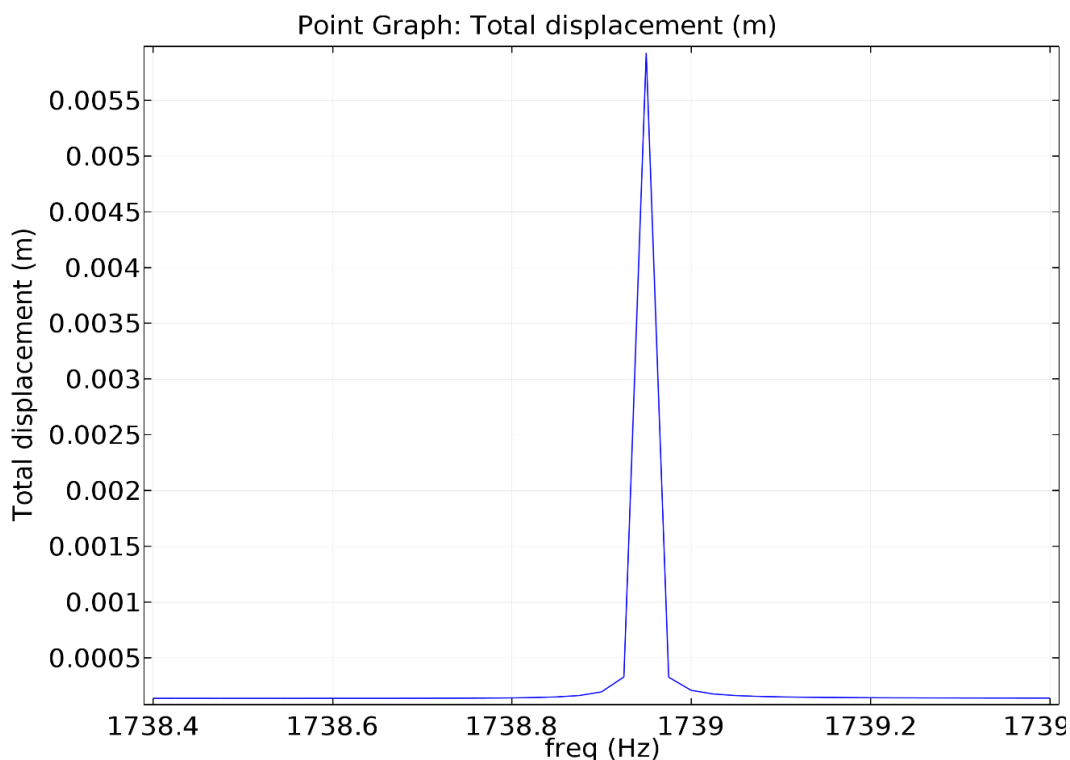


Rysunek 43. Rozkład wartości drgań rezonansowych dla $\omega_1 = 69,034$

Wartości $\omega_6 = 1738,9$ przedstawiają rysunki 44 i 45.

Eigenfrequency=1738.9 Surface: Total displacement (m)



Rysunek 44. Postać drgań własnych dla $\omega_6=1738,9$ Rysunek 45. . Rozkład wartości drgań rezonansowych dla $\omega_6=1738,9$

Analiza częstotliwości drgań rezonansowych jest bardzo ważnym etapem projektowania każdej konstrukcji. W zależności od środowiska w jakim będzie wykorzystana, należy tak dobrać parametry aby uniknąć powstania niezwykle niebezpiecznego zjawiska rezonansu, który w skrajnym wypadkach może doprowadzić do zniszczenia przedmiotu czy zawalenia budowli. Historia pokazała wiele przypadków, w których zaniechanie wykonania odpowiednich obliczeń czy symulacji doprowadziły do ogromnych tragedii. Przedstawione wyżej symulacje mają na celu pokazanie jak duży wpływ na uzyskane wartości częstotliwości ma kształt konstrukcji. Wyniki dowiodły, że dwie konstrukcje o takiej samej masie mają zupełnie inne zakresy w których mogłyby zostać wykorzystane.

7. Podsumowanie i wnioski

Celem niniejszej pracy było przedstawienie procesu modelowania oraz wykonanie badań przedstawiających właściwości mechaniczne płyt warstwowych z rdzeniem w kształcie plastra miodu. Do wykonania modeli komputerowych wykorzystano oprogramowanie do komputerowego wspomaganie projektowania SOLIDWORKS 2014. Zamodelowane płyty poddane zostały badaniom wytrzymałościowym w programie COMSOL Multiphysics 5.1, który wykorzystuje metodę elementów skończonych. Przeanalizowane zostały cztery konstrukcje trójwarstwowe różniące się wymiarami pojedynczych komórek budujących rdzeń oraz dwie płyty jednowarstwowe. Dodatkowe próbki prostopadłościennne wykorzystano do przedstawienia różnic jakie dzielą współczesne płyty panelowe i jednowarstwowe.

Następnym etapem było wykonanie symulacji komputerowych. W tym celu przeprowadzono dwie symulacje zagadnienia statycznego oraz dynamicznego. Badania statyczne dostarczyły informacji przemieszczenia oraz naprężenia jakie wystąpią w konstrukcjach natomiast próba dynamiczna wartości drgań rezonansowych. Pierwszą z nich była próba ściskania, która odzwierciedlała analogiczny proces przeprowadzany w laboratorium za pomocą maszyn wytrzymałościowych. Próbki utwierdzone i nieuruchomione zostały dolną powierzchnią natomiast obciążenie przyłożone zostało do górnej części płyty. Drugie badanie statyczne polegało na przeanalizowaniu płyt pod kątem próby zginania. Cztery płyty panelowe oraz jedna jednowarstwowa zostały utwierdzone powierzchnią boczną. Siła przyłożona została identycznie jak podczas próby ściskania.

Ostatnim przeprowadzonym badaniem była analiza dynamiczna, dla której wykazano sześć pierwszych wartości drgań rezonansowych. Wnioski płynące z wykonanych poszczególnych badań zawarte zostały w odpowiadającym im podrozdziałach.

Reasumując, przeprowadzone badania właściwości mechanicznych płyty z rdzeniem w kształcie plastra miodu oraz płyt jednowarstwowych potwierdziły zalety tych pierwszych wymienione w wstępie teoretycznym. Konstrukcja trójwarstwowa posiadająca taką samą masę i wykonana z tego samego materiału co jednowarstwowa cechuje się znacząco wyższą odpornością na odkształcenia czy utratę stateczności oraz wykazuje wyższe wartości częstości drgań własnych. Płyty warstwowe coraz częściej znajdują zastosowanie w tak odpowiedzialnych konstrukcjach jak pochłaniacze energii w samochodach czy poszycia samolotów. Symulacje komputerowe w obecnych czasach są nieodłącznym etapem podczas

wdrażania tego typu wyrobów na rynek. Pomimo znacznych korzyści finansowych czy czasowych płynących z wykorzystania tego typu podejścia, ważne jest aby tak odpowiedzialne elementy konstrukcji przebadane zostały również w warunkach rzeczywistych na maszynach wytrzymałościowych. Wyeliminowanie problemów konstrukcyjnych takich jak niewystarczająco wytrzymałe łączenie rdzenia z okładzinami zewnętrznymi pozwoli w niedalekiej przyszłości na jeszcze szersze zastosowanie tego typu konstrukcji w życiu codziennym.

Literatura

- [1] Bodnar A: Wytrzymałość Materiałów, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004
- [2] Derby B., Hills D., Ruiz C., Materials for engineering, Longman Scientific and Technical, 1992
- [3] Joniak S. (red.), Badania eksperymentalne w wytrzymałości materiałów, Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 2006
- [4] Konopka K., Wzorce z Natury w technice I inżynierii materiałowej, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2011
- [5] Kowalski S.: Inżynieria materiałów porowatych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2004
- [6] Magnucki K., Szyk W., (red.) Wytrzymałość I stateczność belek i płyt trójwarstwowych z rdzeniem z pianki aluminiowej, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012
- [7] Majewski L., Drgania mechaniczne: podstawy, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała, 2009
- [8] Ostwald M., Podstawy wytrzymałości materiałów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2007
- [9] Sikora R., Tworzywa wielocząsteczkowe. Rodzaje właściwości I struktura, Politechnika Lubuska, Lublin 1991
- [10] Siuta W, Mechanika Techniczna, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1954
- [11] Stachowski A., Materiały porowate przyszłościowym zastosowaniem w konstrukcjach, Kompozyty (Composites) 1, 2001
- [12] Sypeck, D. J. and Wadley, H. N. G., Cellular Metal Truss Core Sandwich Structures, Special Issue, Advanced Engineering Materials 4(10), 2002

- [13] Sypeck, D. J, Cellular Truss Core Sandwich Structures, Applied Composite Materials, Springer, 2005
- [14] Sypeck, D. J. and Wadley, H. N. G., Multifunctional Microtruss Laminates, Textile Synthesis and Properties, Journal of Materials Research 16(3), 2001
- [15] Sypeck, D. J. Wrought Aluminum Truss Core Sandwich Structures, Metal. Trans. B, 36B(1), 2005
- [16] Tian J., L T.J., Hodson H.P., Queheillalt D.T., Wadley H.N.G., Cross flow heat exchange of textile cellular metal core sandwich panels, International Journal of Heat and Mass Transfer 50, 2521-2536, 2007
- [17] Wadley Haydn N.G., Cellular Metals Manufacturing, Advanced Engineering Materials 4(10), 2002
- [18] Wadley Haydn N.G., Norman A Fleck, Evans Anthony, Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures, Composites Science and Technology 63, 2331-2343, 2003
- [19] Wolny S., Siemieniec A., Wytrzymałość materiałów część I, Wydawnictwo AGH, Kraków 2002
- [20] Zienkiewicz O. C., Taylor R.L., The Finite Element Method, Butterworth- Heinemann, Oxford, 2000

Źródła internetowe

[21] <http://www.virginia.edu/ms/research/wadley/celluarmaterials.html>

dostęp: 14.02.2016

[22] http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Sandwich_Panel_Fabrication_Technology.pdf

dostęp: 14.02.2016

[23]

<https://www.utwente.nl/ctw/pt/education/Master%20Assignment%20and%20Projects/Previous%20Master%20Projects/bestanden/Wiering%20Rolf%20-%20Damage%20development%20of%20Glare/>

dostęp: 14.02.2016

[24] <http://www.tworzywa.pwr.wroc.pl/pl/dydaktyka/proba-rozciagania>

dostęp: 14.02.2016

[25]

http://www.sms.am.put.poznan.pl/eskrypty_pliki/podstawymechaniki/10stanynaprezeniaiodksztalcentahipotezywytrzymalosciowe.pdf

dostęp: 14.02.2016

[26] <http://www.knse.pl/publikacje/65.pdf>

dostęp: 14.02.2016

[27] <http://www.comsol.com/>

dostęp: 14.02.2016

[28] <http://www.makeitfrom.com/material-properties/3003-H18-Aluminum/>

dostęp: 14.02.2016

[29] <http://www.jeccomposites.com/news/composites-news/huntsman-specifies-advanced-solutions-aircraft-sandwich-composite-reinforcing-a>

dostęp: 14.02.2016

Streszczenie

Praca przedstawia badania właściwości mechanicznych płyt panelowych z rdzeniem w kształcie plastra miodu. Analizie poddane zostały cztery konstrukcje. Celem było oszacowanie wpływu rozmiaru rdzenia na uzyskane wyniki. Dodatkowo przeprowadzono symulację płyty jednowarstwowej. Badania wykonane zostały za pomocą programu COMSOL Multiphysics, który umożliwił przeprowadzenie badań statycznych oraz dynamicznych. Część doświadczalna pracy poprzedzona jest wstępem teoretycznym.

Abstract

This thesis presents mechanical properties of sandwich panels with honeycomb core. Analysis was conducted for four structures. The aim was to estimate the impact of the size of the core on the results obtained. In addition, conducted a simulation of a single layer panel. The study was performed using COMSOL Multiphysics, that has made possibilities to carry out static and dynamic tests. Experimental part of thesis is preceded by a theoretical introduction.